

ساختار اقتصادی و هزینه‌های تولید در کارخانه سیمان آبیک^۱

دکتر بیژن بیدآباد^۲

شرکت سهامی عام سیمان فارس و خوزستان

کلمات کلیدی: تابع تولید، تابع هزینه، اقتصاد تولید، سیمان، کارائی تولید، محاسبه ناکارائی

چکیده

در این مقاله با مرور کوتاهی بر ویژگی‌های اقتصادی و ریاضی نظریه بنگاه اقتصادی به شرح کوتاهی در مورد انواع توابع تولید خطی با محصولات و فعالیت‌های متعدد می‌پردازیم. سپس با طرح تابع تولید کارخانه سیمان آبیک و فرم ریاضی آن توابع سود و هزینه و تقاضای عوامل تولید آن را بدست می‌آوریم. طرح تابع تولید کارا برای این کارخانه از دیگر موارد مطرح شده می‌باشد. این تابع نشان می‌دهد که در سالهای مختلف بار هزینه‌ای ناشی از ناکارایی در تولید این کارخانه چقدر بوده است. براساس جداول ارائه شده نتیجه‌گیری می‌شود که اگر کارخانه سیمان آبیک کارا (در شرایط بهینه بکارگیری عوامل تولید) تولید نماید می‌تواند در حدود ۲۰ الی ۵۰ درصد هزینه‌های خود را کاهش دهد بدون اینکه در میزان تولیدش تغییری ایجاد شود.

^۱ این مقاله خلاصه بخشی از نتایج پروژه تحقیقاتی زیر می‌باشد: بررسی ساختار اقتصادی کارخانه سیمان آبیک، شرکت سهامی عام سیمان فارس و خوزستان، بیژن بیدآباد، آبان ۱۳۷۸.

^۲ عضو هیئت علمی پژوهشکده پولی و بانکی، بانک مرکزی

<http://www.bidabad.com>

bjian@bidabad.com

نظریه بنگاه در مباحث اقتصاد خرد از مبانی تحلیلی وسیع و عمیقی برخوردار است. در این قسمت برای حضور ذهن خواننده فقط به برخی از مفاهیم کلی اشاره خواهیم کرد که تا حدودی در قسمت‌های بعدی به نحوی از آنان استفاده خواهد شد.^۳

بنگاه یک واحد فنی تعریف میشود که کالاها را با استفاده از عوامل تولید، تولید مینماید. تابع تولید بنگاه بیان ریاضی رابطه بین عوامل تولید بکار گرفته شده و محصول یا محصولات تولید شده میباشد. عامل تولید می‌تواند هر نوع کالا یا خدمتی باشد که در فرآیند تولید محصولات جدید بکار گرفته میشود. برخی از این عوامل تولید میتواند محصول سایر بنگاهها باشند. در یک دوره مشخص عوامل تولید برحسب عوامل ثابت و متغیر طبقه‌بندی میشوند. عامل تولید ثابت برای تولید ضروری است ولی مقدار آن با توجه به مقدار محصول تولید شده بلا تغییر می‌ماند. هزینه عامل تولید ثابت بدون توجه به اینکه تصمیمات کوتاه مدت در مورد بهینه سازی چه باشد بر بنگاه تحمیل میشود. به عبارت دیگر در مدت زمان مشخص شده بنگاه نمیتواند عامل تولید ثابت را تغییر دهد چه تولید بکند و چه تولید نکند. این دوره مشخص که در اینجا کوتاه مدت بیان شد اساس تعریف عامل تولید ثابت است. به عبارت دیگر اگر این دوره را خیلی بلند در نظر بگیریم میتوان عامل تولید ثابت را یک عامل تولید متغیر دانست زیرا بنگاه میتواند در طول زمان میزان بکارگیری این عامل را در فرآیند تولید تغییر دهد. عامل تولید متغیر عامل تولیدی است که با تغییر میزان محصول تغییر میکند. برای مثال در یک کارخانه سیمان سرمایه انباشته تاسیسات ایجاد شده در طی یک دوره کوتاه بعنوان عامل تولید ثابت تلقی میشوند ولی سنگ گچ و آهک و سنگ آهن و سایر عوامل تولید متشابه بعنوان عوامل تولید متغیر تعریف میشوند که با میزان تولید کلینکر و یا سیمان در ارتباط مستقیم میباشند. تصمیمات مدیر بنگاه در این جهت میباشد که به چه میزان عوامل تولید خریداری نموده تا از فروش محصولات تولیدی خود سود بنگاه را حداکثر نماید یا هزینه بنگاه را حداقل نماید.

فرآیند تولیدی را در نظر بگیرید که مدیر بنگاه دو عامل تولید متغیر x_1 و x_2 و یک یا بیشتر عوامل تولید ثابت را جهت تولید یک محصول Q بکار می‌بندد. تابع تولید مقدار محصول تولید شده (q) را بعنوان یک تابع ریاضی از عوامل تولید متغیر بکار گرفته شده (x_1, x_2) بیان می‌نماید:

$$q = f(x_1, x_2) \quad (1)$$

تابع فوق عامل تولید ثابت ندارد. به عبارت دیگر فقط میزان تولید در ارتباط با عوامل تولید متغیر تعریف گردیده‌اند. این موضوع پیچیدگی‌های بسیار زیاد محاسبه و بکارگیری سرمایه‌گذارانه‌های انجام شده قبلی در بنگاه را ساده می‌نماید. به عبارت دیگر ساختار تولید محصول را در وضعیت موجود کارخانه و در دوره زمانی خاصی بررسی می‌نماید که سرمایه‌گذارانه‌های انجام شده تغییر نمی‌یابند.

یک تابع تولید میتواند توسط نقاط و یا یک تابع پیوسته یا غیر پیوسته یا دستگاهی از معادلات بیان شود. ولی غالباً بعنوان یک تابع یک مقدار (Single-Valued) پیوسته برای مقادیر غیر منفی تعریف میگردد. تابع تولید طبیعتاً بعنوان یک تابع افزایشنده (Increasing) در دامنه مورد نظر تعریف میشود و غالباً به عنوان

^۳ برای شرح بیشتر این موضوع به متون اقتصاد خرد بالاخص (Henderson, Quandt (1982) مراجعه نمایید.

یک تابع دقیقاً شبه مقعرعادی (Regular strictly quasi-concave) فرض میشود. هنگام بهینه سازی سود کافی است که این تابع دقیقاً مقعر تعریف شود.

مدیر بنگاه قادر است ترکیبات متفاوتی از x_1 و x_2 را برای تولید یک مقدار مشخص از محصول بکار بندد. در این صورت تعداد این ترکیبات میتواند بسیار زیاد باشد. تکنولوژی بکار برده شده مجموعه اطلاعات فنی درباره ترکیب عوامل تولید برای تولید محصول بنگاه را شامل میباشد و نتیجتاً تمام ترکیبات فیزیکی ممکن را در برمیگیرد. ممکن است تکنولوژی ایجاب نماید که یک ترکیب از دو عامل x_1 و x_2 میتواند در راههای مختلف زیادی بکار گرفته شود و هر راه محصول متفاوتی تولید میکند. تابع تولید از این لحاظ با تکنولوژی متفاوت است. تابع تولید پیش فرض کارایی فنی را داراست و مبین حداکثر تولید قابل حصول از ترکیبات مختلف عوامل تولید میباشد. بهترین نحوه استفاده از هر ترکیب خاص از عوامل تولید یک مسئله فنی یا تکنولوژی است و یک مسئله اقتصادی نیست. انتخاب بهترین ترکیب عوامل تولید برای تولید یک مقدار مشخص از محصول بستگی به قیمت عوامل تولید و محصول دارد و یک مسئله اقتصادی میباشد.

میزان محصول و عوامل تولید در واحد زمانی مشخص تعریف میشوند. دوره زمانی که این مقادیر و نتیجتاً تابع تولید کوتاه مدت در آن تعریف میشوند مقید به سه محدودیت است: اولاً باید به اندازه کافی کوتاه باشد که مدیر بنگاه نتواند عامل تولید ثابت را تغییر دهد. ثانیاً به اندازه ای کوتاه باشد که شکل تابع تولید در اثر بهبود تکنولوژی تغییر نیابد. ثالثاً به اندازه کافی بلند باشد که اتمام فرآیند تولید امکانپذیر باشد.

بازدهی متوسط عامل تولید x_1 و بازدهی نهایی آن به شکل زیر تعریف میشود که در آن عامل تولید x_2 ثابت در نظر گرفته میشود:

$$AP = \frac{q}{x_1} = \frac{f(x_1, x_2^0)}{x_1} \quad (2)$$

$$MP = \frac{\partial q}{\partial x_1} = f_1(x_1, x_2^0) \quad (3)$$

کشش تولید عامل تولید x_1 به شکل زیر تعریف میشود:

$$\omega_1 = \frac{x_1}{q} \cdot \frac{\partial q}{\partial x_1} = \frac{MP}{AP} = \frac{\frac{\partial q}{\partial x_1}}{\frac{q}{x_1}} \quad (4)$$

این کشش نرخ تغییرات نسبی تولید نسبت به عامل تولید x_1 را نشان میدهد. کشش تولیدی یک عامل تولید میتواند بزرگتر، مساوی و کوچکتر از یک باشد. مکان هندسی ترکیبات عوامل تولید x_1 و x_2 که منتج به یک سطح ثابت محصول میشوند منحنی محصول یکسان نامیده میشود. شیب این منحنی نرخ جایگزینی فنی عوامل تولید را تعریف مینماید:

$$RTS = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{f_1}{f_2} \quad (5)$$

که d مشخص کننده دیفرانسیل و f_1 , f_2 مشتقات تابع تولید نسبت به x_1 , x_2 میباشد. کشش جایگزینی عوامل تولید بعنوان نسبت نرخ تغییر نسبت عوامل بر نرخ تغییر نرخ جایگزینی فنی تعریف میشود:

$$\sigma = \frac{d\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{\frac{x_2}{x_1}} / \frac{d\left(\frac{f_1}{f_2}\right)}{\frac{f_1}{f_2}} \quad (6)$$

مدیر بنگاه جهت حداکثر کردن سود، تابع سود بنگاه را حداکثر می‌نماید. تابع سود بنگاه به شکل زیر است:

$$\pi = pq - C \quad (7)$$

که C بعنوان خط هزینه و به شکل زیر تعریف میشود و P قیمت فروش محصول و q میزان تولید و π سود است:

$$C = r_1 x_1 + r_2 x_2 + b \quad (8)$$

که r_1, r_2 قیمت عوامل تولید x_1, x_2 و b هزینه عوامل تولید ثابت میباشد. شرط لازم برای حداکثر کردن سود بنگاه از حل مسئله بهینه‌یابی زیر بدست می‌آید:

$$\max : \pi$$

$$x_1, x_2$$

که مشتقات جزئی آن را برابر صفر قرارداد:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = pf_1 - r_1 = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_2} = pf_2 - r_2 = 0$$

شرط لازم برای حداکثر کردن سود بشکل زیر بدست خواهد آمد:

$$pf_1 = r_1 \quad \text{و} \quad pf_2 = r_2 \quad (9)$$

که f_1, f_2 بازدهی نهایی عوامل تولید x_1, x_2 میباشد. شرط کافی برای آنکه سود بنگاه حداکثر شود این است که ماینورهای اصلی دترمینانهای هشین مشتقات جزئی مرتبه دوم به ترتیب مرتبه تغییر علامت بدهند:

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial x_1^2} = pf_{11} < 0$$

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial x_2^2} = pf_{22} < 0$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \pi}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 \pi}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 \pi}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 \pi}{\partial x_2^2} \end{vmatrix} = p^2 \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} > 0$$

چنانچه بجای حداکثر کردن سود، محصول را حداکثر نمائیم بطوریکه میزان هزینه ثابت باشد میتوان مکان هندسی نقاط مختلفی را تعریف نمود که در هزینه‌های مختلف بهترین ترکیب عوامل تولید را با بیشترین میزان محصول بدست دهد. این مکان هندسی مسیروتوسعه بنگاه نامیده میشود که از حل شرط لازم مسئله اخیر استخراج میشود:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow g(x_1, x_2) = 0 \quad (10)$$

حل معادلات (۹) برای x_1, x_2 توابع تقاضای بنگاه برای عوامل تولید x_1, x_2 را بدست میدهد:

$$x_1 = \phi_1(r_1, r_2, p) \quad (11)$$

$$x_2 = \phi_2(r_1, r_2, p)$$

چنانچه معادلات (۱) و (۱۰) را در معادله (۸) جایگزین کنیم تابع هزینه به شکل زیر بدست میآید:

$$C = \phi(q, r_1, r_2) + b = \phi(q) + b$$

تابع هزینه یک تابع غیرکاهنده و همگن از درجه یک و مقعر و برحسب قیمت عوامل تولید میباشد. هزینه عوامل تولید ثابت b تحت عنوان هزینه ثابت باید بدون احتساب میزان تولید بنگاه پرداخت شود. هزینه متغیر $\phi(q)$ ، هزینه عوامل تولید متغیر میباشد که با تغییر میزان تولید تغییر میکند. هزینه متوسط کل، هزینه متوسط متغیر، هزینه متوسط ثابت و هزینه نهایی به شکل زیر تعریف میشوند:

$$ATC = \frac{\phi(q) + b}{q}$$

$$AVC = \frac{\phi(q)}{q} \quad (12)$$

$$AFC = \frac{b}{q}$$

$$MC = \frac{dC}{dq} = \phi''(q)$$

تابع MC برای مقادیری که قیمت بیشتر از AVC باشد تابع عرضه بنگاه نامیده میشود.

بازگشت به مقیاس چگونگی افزایش محصول را در اثر افزایش متناسب تمام عوامل تولید بیان میکند. اگر محصول به همان نسبتی که همه عوامل تولید افزایش یابند افزایش یابد بازگشت به مقیاس در دامنه ترکیب عوامل تولید مورد نظر ثابت تعریف میشود. بازگشت به مقیاس افزایشی است اگر افزایش متناسب عوامل تولید سبب افزایش بیشتر محصول شود و بلعکس بازگشت به مقیاس کاهشی است اگر افزایش متناسب عوامل تولید سبب افزایش کمتر محصول شود، بازگشت به مقیاس توسط مفهوم همگنی توابع تولید تعریف میشود. تابع تولید همگن از درجه k است اگر:

$$f(tx_1, tx_2) = t^k f(x_1, x_2) \quad (13)$$

که برای مقادیر $0 < k < 1, k = 1, k > 1$ بازگشت به مقیاس افزایشی، ثابت و کاهشی میباشد. در توابع تولید همگن مسیر توسعه بنگاه خطی خواهد بود. چنانچه تابع هزینه بلند مدت را برای توابع تولید همگن بدست آوریم بطوریکه همه عوامل تولید متغیر هستند به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$C = aq^{1/k} \quad (14)$$

توابع تولید همگن از درجه یک MC و ATC ثابت دارند.

فعالیت تولیدی خطی فرآیندی است که یک یا چند محصول با نسبت‌های ثابت از یک یا چند عامل تولید با نسبت‌های ثابت تولید میشود. توابع تولید خطی همگن از درجه اول هستند و نتیجتاً بازگشت به مقیاس ثابت دارند. به عبارت دیگر اگر همه عوامل به یک نسبت افزایش (یا کاهش) یابند همه محصولات نیز به همان نسبت افزایش (یا کاهش) خواهند یافت. یک تابع تولید خطی از مجموعه فعالیت‌های تولید خطی بدست می‌آید که بطور همزمان بکار گرفته میشوند. با توجه به اینکه در بخش‌های بعدی از این تابع تولید استفاده زیادی خواهیم کرد لذا به بسط و شرح بیشتر آن خواهیم پرداخت^۴.

تولید خطی با یک محصول و یک فعالیت

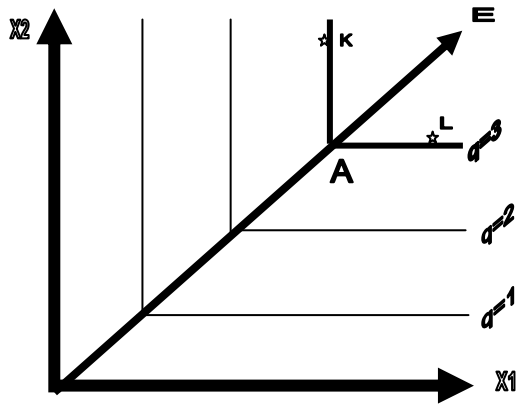
یک فعالیت تولید خطی را در نظر بگیرید که یک محصول از m عامل تولید، تولید میشود این فعالیت کاملاً با مجموعه ضرایب $a_i, i=1, \dots, m$ که بیانگر میزان عامل تولید i ام لازم برای تولید یک واحد محصول میباشد توصیف میشود. میزان عوامل تولید مورد نیاز برای هر سطح تولید با رابطه زیر تعیین میگردد:

$$x_i = a_i q \quad i = 1, \dots, m \quad (15)$$

حداکثر محصولی که میتوان از مجموعه مقادیر مشخص عوامل تولید بدست آورد برابر است با:

$$q = \min_i \left(\frac{x_i}{a_i} \right) \quad a_i > 0 \quad (16)$$

هر عامل تولید در این رابطه میتواند محدودکننده میزان محصول باشد. همانطور که از معادله (۱۵) واضح است مقدار x_i برای تولید محصول به میزان x_i/a_i کفایت میکند ولی باقی عوامل تولید باید به میزان مناسب وجود داشته باشند تا این سطح تولید بدست آید. بنابراین کوچکترین x_i/a_i سطح حداکثر تولید محصول را مشخص مینماید. بخشهایی از مقادیر برخی از عوامل تولید ممکن است به دلیل کمبود یک عامل



تولید استفاده نشوند. منحنیهای محصول یکسان این تابع تولید به صورت راست گوشه‌هایی هستند که راس آنها بر خط توسعه بنگاه قرار دارد. افزایش متناسب همه عوامل به معنی استقرار بر منحنی محصول یکسان بالاتر میباشد و چنانچه یک عامل تولید افزایش متناسب نداشته باشد حرکت بر روی شاخه‌های منحنی محصول یکسان اتفاق خواهد افتاد که همچنان تولید اضافه نمیشود. نمودار این منحنیها در تصویر زیر آورده شده است. واضح است که

تولید در نقطه A برای منحنی محصول یکسان $q^0 = 3$ کارا است ولی در نقطه K یا L کارا نیست زیرا با عامل تولید بیشتر به همان میزان محصول تولید کرده‌ایم که با ترکیب عوامل تولید در نقطه A تولید مینمودیم.

تولید خطی با یک محصول و چند فعالیت

^۴ در متون اقتصادی توابع تولید بسیاری از لحاظ ویژگیهای مختلف اقتصادی و ریاضی مطرح میباشند. علاقه‌مندان به Eatwell, Milgate, Newman (1988) و ثوابی و بیدآباد و شهرستانی (۱۳۷۲) مراجعه نمایند.

حالا فرض میکنیم که بنگاه با n فعالیت تولید خطی متمایز مواجه است که میتوان آنها را منفرداً یا متحداً برای تولید یک محصول بکار بندد. فرض کنید: $a_{ij}; i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$ مقدار عامل تولید i ام لازم برای تولید یک واحد محصول از طریق فعالیت j ام باشد. تولیدات فعالیت‌های مختلف جمع پذیر هستند و کل محصول برابر است با:

$$q = \sum_{j=1}^n q_j \quad (17)$$

کل عامل تولید لازم از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} q_j \quad i = 1, \dots, m \quad (18)$$

نیاز به عامل تولید مخلوط برای هر واحد تولید را $b_i; i=1, \dots, m$ تعریف میکنیم که برابر است با میانگین وزنی ضرایب فعالیت‌های منفرد:

$$b_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j a_{ij} \quad (19)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} 0 \leq \lambda_j \leq 1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\lambda_j = q_j / q$$

بدین ترتیب λ_j سهم فعالیت j در تولید کل محصول میباشد. فعالیت‌های مخلوط جانشین میانی عوامل تولید را در تابع تولید ایجاد مینماید که از این نظر با رابطه (۱۶) کاملاً متفاوت میشود. زیرا در آنجا جایگزینی عوامل تولید میسر نبود. حداکثر تولید با استفاده از میزان مشخصی از عوامل تولید از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q = \min_i \left(\frac{x_i}{b_i} \right) \quad b_i > 0 \quad (21)$$

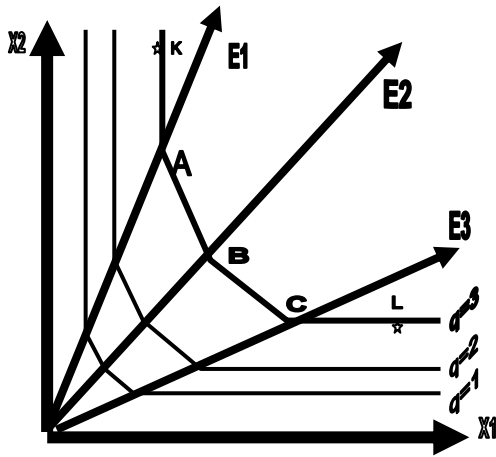
نسبت حداقل x_i / b_i محدود کننده میباشد ولی λ_j ها را طوری انتخاب مینمائیم که نسبت حداقل را حداکثر نماید زیرا رابطه فوق به شکل زیر است:

$$q = \min_i \left(\frac{x_i}{\sum_{j=1}^n \lambda_j a_{ij}} \right) \quad (22)$$

به عبارت دیگر حداکثر تولید از حل رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Max(q) = \min_i \left[\max_{\lambda_j; j=1, \dots, n} \left(\frac{x_i}{\sum_{j=1}^n \lambda_j a_{ij}} \right) \right] \quad (23)$$

نمودار زیر منحنیهای محصول یکسان را برای یک تابع تولید با دو عامل تولید و سه فعالیت نشان میدهد. مسیر توسعه بنگاه برای فعالیتهای اول و دوم و سوم با خطوط $E1, E2, E3$ نشان داده شده‌اند. در منحنی محصول یکسان $q=3$ اگر فعالیت اول یا دوم یا سوم به تنهایی بکار گرفته شوند نقاط C, B, A نیاز به



عوامل تولید را به تنهایی مشخص میکنند. پاره خط BA فعالیت مخلوط اول و دوم را برای تولید $q=3$ نشان میدهد. با تغییر λ از صفر به یک حرکت از نقطه B به سمت A خواهد بود. همینطور پاره خط CB نیاز عوامل را برای فعالیت مخلوط ۲ و ۳ نشان میدهد. فعالیت مخلوط ۱ و ۳ غیرکارا خواهد بود زیرا بر روی خط CA قرار خواهد گرفت که بالای خط شکسته CBA میباشد و به این معنی است که عامل تولید بیشتری را باید برای تولید یک میزان ثابت محصول بکار ببریم. پر واضح است که تولید در نقاط L و K کارا نیست.

تولید خطی با چند محصول و چند فعالیت

مفهوم تابع تولید خطی به سادگی قابل تعمیم به حالت چند محصول میباشد. فرض کنید S محصول داریم که هر کدام از آنها در یک فعالیت تولید خطی با استفاده از M عامل تولید، تولید میشوند. یک محصول مشخص هنوز میتواند توسط بیش از یکی از فعالیتهای تولید شود. فرض کنید a_{ij} مقدار عامل تولید i ام لازم برای تولید یک واحد از محصول j ام باشد. نیاز به عامل تولید برای تولید مجموعه مشخص شده از مقادیر محصول برابر است با:

$$x_i = \sum_{j=1}^s a_{ij} q_j \quad i = 1, \dots, m \quad (24)$$

که q_j مقدار مشخص شده محصول j ام میباشد. حالا جایگزینی محصولات همانند عوامل تولید امکانپذیر است. فعالیتهای تولید خطی میتواند در حالت عمومی خود بیش از یک محصول تولید کنند. فرض کنید که هر کدام از n فعالیت خطی s محصول تولید میکنند و از m عامل تولید استفاده میکنند. فرض کنید z_j $j=1, \dots, n$ مشخص کننده سطح فعالیت j ام باشد. انتخاب یک سطح واحد برای فعالیت مادام که محصولات و عوامل تولید در نسبتهای متناسب باشند دلخواه است. فرض کنید a_{ij} مقدار محصول i ام تولید شده باشد و d_{ij} مقدار عامل تولید i ام لازم برای یک واحد از فعالیت j ام تعریف شود. محصولات و عوامل تولید ایجاد شده برای یک مجموعه مشخص از سطوح فعالیتهای به شکل زیر میباشد:

$$q_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} z_j \quad i = 1, \dots, s \quad (25)$$

$$x_i = \sum_{j=1}^n d_{ij} z_j \quad i = 1, \dots, m \quad (26)$$

فعالیتهای مخلوط مجدداً بعنوان میانگین وزنی فعالیتهای ساده تعریف میشوند. بهینه‌یابی در مورد سطح بهینه تولید با توابع تولید خطی از طریق بکارگیری روشهای برنامه‌ریزی خطی است.

تابع تولید سیمان آبیک

برای یک مجموعه از سرمایه با روابط خاص تولیدی بین اجزاء تجهیزات سرمایه‌ای آن ونحوه فعالیت نیروی کار همراه با تجهیزات مورد استفاده و همچنین بکارگیری انرژی و سوخت و سایر عوامل تولید تعریف مشخصی در هر بنگاه وجود دارد. به عبارت دیگر نحوه آمیختگی عوامل تولید با یکدیگر فرآیند تولید محصول را معین مینماید و نتیجتاً فرم ریاضی تابع تولید را مشخص میکنند. آثار اقتصادی در یک تابع تولید مشخصاً باید قابل تعریف باشند. این آثار در اصل ویژگیهای فرآیند تولید را مشخص مینمایند. برای تعریف یک تابع تولید برای یک بنگاه مشخص میبایست ویژگیهای موجود در فرآیند تولید را بررسی نموده و نهایتاً این ویژگیها را در قالب فرمهای ریاضی توابع تولید مشخص بیان نمود. این ویژگیها را در زیر بررسی مینمائیم.

بازگشت به مقیاس

توابع تولید میتوانند همگن باشند. همانطور که قبلاً تعریف شد مفهوم همگنی در توابع تولید بدین معنی است که اگر کلیه عوامل تولید را به یک نسبت افزایش (یا کاهش) دهیم میزان تولید نیز افزایش (یا کاهش) یابد. اگر افزایش تولید به همان نسبت افزایش عوامل تولید بود تابع تولید همگن از درجه یک است. اگر نسبت افزایش تولید کمتر از نسبت افزایش عوامل بود همگنی کمتر از یک و در غیراینصورت بیشتر از یک میباشد. درسه حالت همگن از درجه یک و بیشتر و کمتر بازگشت به مقیاس ثابت، فزاینده و کاهنده تعریف میشود. این شرط در تابع تولید از لحاظ ریاضی براساس معادله (۱۳) تعریف میشود. براساس بررسیهای انجام شده در این تحقیق وهمچنین سایر تحقیقات همانند خیامباشی (۱۳۷۵) و Forsund, (1983) در مورد کارخانه‌های سیمان میتوان این استنباط را نمود که رابطه تولید سیمان و عوامل تولید بکارگرفته شده منجمله مواد اولیه، برق، سوخت در کارخانه سیمان آبیک نیز همگی بازگشت به مقیاس ثابت دارند.

قابلیت جایگزینی عوامل تولید

قابلیت جایگزینی عوامل تولید به معنی توانایی استفاده و جایگزین نمودن یک عامل تولید به جای عامل تولید دیگر میباشد. برای مثال جایگزینی سوخت و انرژی الکتریکی یا جایگزینی کارگر با تجهیزات سرمایه‌ای و از این قبیل. در توابع تولید نرخ جایگزینی فنی مبین نرخ است که با آن میتوان مقادیری از یک عامل تولید را با عامل تولید دیگر جایگزین نمود بطوریکه سطح تولید تغییر ننماید. این نرخ توسط معادله (۵) نشان داده شده است.

بررسیهای انجام شده بر ساختار بکارگیری عوامل تولید در کارخانه سیمان آبیک نشاندهنده این موضوع است که لاقلاً در کوتاه مدت قابلیت جایگزینی عوامل تولید بالنسبه وجود ندارد. علت این امر ساختار سرمایه‌گذاری لازم برای تاسیس کارخانه‌های سیمان بلاخص کارخانه‌هایی که از ظرفیت تولید زیادی برخوردار میباشد است. برای مثال براحتی نمیتوان با حفظ میزان محصول از یک عامل تولید (مثلاً سرمایه) کاست و بجای آن از عامل تولید دیگر (مثلاً نیروی کار) بعنوان جایگزین آن استفاده نمود. لذا باتوجه به این موضوع تابع ریاضی تولید آبیک باید طوری طراحی شود که امکان جایگزینی عوامل تولید را براحتی امکانپذیر نسازد. طراحی بلندمدت تابع تولید باید بتواند تا حدودی جایگزینی سرمایه و کار را و همچنین انواع سوخت همانند گاز و مازوت و یا جایگزین آنها با انرژی الکتریکی را اجازه دهد.

تحولات فنی

یکی از پارامترهایی که در توابع تولید تعریف میشود اثرات تدریجی تحولات فنی و افزایش بازدهی عوامل تولید در روند فعالیت بنگاه میباشد. سمتگیریهای مدیریت در جهت استفاده بهینه از عوامل تولید مختلف نیز در این مقوله میگنجد. چنانچه تابع تولید برای بلندمدت تعریف شود وجود متغیری که این پدیده را آشکار سازد لازم است.

فعالیتها

فعالیتهای موجود در یک بنگاه میتواند به خطوط تولید مجزا تعریف شود. هر فعالیت میتواند یک یا چند محصول را با استفاده از چند عامل تولید کند. چنانچه تفاوتهای اساسی در بین خطوط تولید وجود داشته باشد میتوان توابع تولید مجزا برای هر کدام از فعالیتها تعریف نمود و سپس آنها را با یکدیگر جمع نمود که بر پیچیدگی ریاضی تابع تولید میافزاید. کارخانه سیمان آبیگ از دو خط تولید سیمان مجزا برخوردار است که شباهت بسیاری به هم دارند و در برخی قسمتهای اولیه تولید نیز مشترک میباشند. بطوریکه تجهیزات تهیه و تغذیه مواد خام در هر دو خط مشترک است. با این وصف به نظر میرسد که کلیه فعالیتها در یک قالب تحت بررسی قرار گیرند بحث را ساده تر و ملموس تر مینماید بدون اینکه از اصل موضوع بکاهد.

دامنه تولید

تعریف دامنه تولید با شرایط استقرار تجهیزات سرمایه ای لاقول در کوتاه مدت چندان قابل تغییر نیست. به عبارت دیگر ظرفیت تولیدی ایجاد شده را به راحتی نمیتوان اضافه نمود لذا تولید در دامنه مشخصی قابل انجام است و از حداکثر ظرفیت قابل دسترس تولید نمیتواند افزون گردد. بدین ترتیب باید طراحی تابع تولید به گونه ای باشد که این دامنه را لحاظ نماید. در کارخانه سیمان آبیگ ظرفیت تولید اسمی ۲۲۵۰۰۰۰ تن کلینکر در سال است و براساس این مقدار تولید دو خط تولید سیمان طراحی و بنا گردیده اند. این رقم میباید عملاً حداکثر دامنه ریاضی تولید را محدود نماید.

باتوجه به خصوصیات ارائه شده به نظر رسید که تابع تولید خطی لئونتیف که در معادله (۱۶) فرم ریاضی آن آورده شده است میتواند ساختار اقتصادی تولید در این کارخانه را به وجه خوبی بیان نماید. تحقیقات دیگری که در زمینه برآورد تابع تولید برای سیمان انجام شده است نیز نهایتاً این تابع را پسندیده اند. برای مثال میتوان به مطالعات خیامباشی (۱۳۷۵) و Forsund, Hjalmarsson (1983) اشاره نمود. ساختار ریاضی این تابع از m ضرایب فنی a_i تشکیل شده است که میبایست برآورد شده تا بتوان آنرا از لحاظ کاربردی مورد استفاده قرار داد. با توجه به روند تحولات و نحوه بکارگیری عوامل تولید کارخانه سیمان آبیگ در طول زمان و بررسی تحولات ساختاری در این کارخانه به نظر رسید استفاده از رگرسیونها برای مدت کل دوره مورد بررسی سبب شود واریانس برآورد مقادیر برازش داده شده برای انتهای دوره زیاد شود، زیرا رگرسیونهایی که از روش حداقل مربعات محاسبه میشوند در حول و حوش مقادیر میانگین بهینه میباشند. از طرفی روند تحولات فنی سبب گردیده تا ساختار بکارگیری عوامل در سالهای آخر نزدیکتر به سال آینده باشد. لذا با توجه به این موضوع و با عنایت به ساختار تابع تولید لئونتیف (خطی) برای هر عامل تولید به نحوی خاص اقدام به برآورد ضرائب فنی تولید نمودیم که در برخی از آنها از تابع رشد بدلیل روند موزونتر تحولات بکارگیری عامل تولید و در برخی دیگر از میانگین سالهای گذشته بسته به سال اتفاق

تحوالات ساختاری استفاده شد. در این برآوردها سعی بر این بوده است که مقادیر برآزش داده شده بیشتر ساختار سالهای آخر دوره را بیان نماید تا روند متوسط دوره را.

تجزیه عوامل تولید به عوامل تولید ثابت و متغیر در ساختار کارخانه سیمان آبیگ از پیچیدگیهای خاص خود برخوردار است. برای مثال نیروی کار که غالباً بعنوان عامل تولید متغیر در نظر گرفته میشود، در کارخانه آبیگ با این تعریف مطابقت نمیکند. این امر بدلیل این است که چنانچه تولید کم یا زیاد باشد چندان در میزان نیروی کار بکارگرفته شده از لحاظ پرداخت به نیروی کار تفاوتی حاصل نمیشود زیرا وجود قراردادهای استخدامی و موانع قانون کار عملاً مانع از اخراج کارگران میشود.

مواد اولیه معدنی بخوبی بعنوان یک عامل تولید متغیر مشاهده میشود به طوریکه ارتباط مشخصی با میزان تولید دارد و تغییرات تولید سبب تغییرات تقاضا برای این عامل تولید میشود. مواد اولیه بسته‌بندی و پاکت بسته به ترکیب میزان فروش سیمان فله و کیسه دارد نتیجتاً دقیقاً نمیتوان از قبل میزان پاکت مصرفی را بدون توجه به نسبت فروش یا تقاضا برای سیمانهای فله و کیسه مشخص نمود.

میزان مصرف سوخت و برق ارتباط ملموستری با میزان تولید دارد. بعبارت دیگر این دو عامل تولید از عوامل تولید متغیر میباشند گرچه مصرف برق غیرتولیدی (همانند مصرف برای گرما یا ساختمانهای سازمانی) عملاً سبب ایجاد اختلال در رابطه مقداری مصرف برق و تولید سیمان ایجاد مینماید. یا مواقعی را میتوان ملاحظه کرد که بدلیل وجود اشکالات فنی خط تولید برخی از قسمتهای خط تولید عملاً کارمیکند (همانند کورهها) ولی تولیدی صورت نمیگیرد. این مسائل سبب میشود که در برخی موارد رابطه مصرف برق یا سوخت با میزان تولید سیمان از دقت کمتری برخوردار شود.

میزان مصرفی مواد سایشی، نسوز و روغن قاعداً باید یک عامل تولید متغیر تلقی شوند ولی بررسی سابقه آماری کارخانه آبیگ نوسانات زیادی را در مصرف زیگمنت و زره، گلوله، آجر و بتون نسوز و روغن بازا هر تن تولید نشان میدهد. نتیجتاً تلقی این عامل را بعنوان یک عامل تولید متغیر دچار اشکال مینماید. مصرف سایر اقلام نیز بدلیل طبیعت این طبقه از کالا و خدمات از نوسانات زیادی برخوردار است و نتیجتاً تلقی آن بصورت یک عامل تولید متغیر خالی از ایراد نیست.

استهلاک سرمایه گرچه بنا به تعریف عامل تولید تلقی نمیشود ولی عملاً رقم بحث انگیزی در محاسبات هزینه بشمار میآید. از طرفی استهلاک سرمایه را چنانچه بعنوان مصرف سرمایه تلقی کنیم میتواند در شمار عوامل تولید قرارگیرد. ولی آیا میزان مصرف سرمایه بستگی به میزان تولید دارد یا خیر موضوع خاصی است که با توجه به ساختار برآورد و حسابداری استهلاک میتوان آنرا هم جدا و هم مرتبط با میزان تولید در نظر گرفت.

در توابع تولید بلندمدت موجودی سرمایه میتواند بعنوان یک عامل تولید متغیر تلقی شود زیرا بنگاه قادر خواهد بود که حجم موجودی سرمایه بنگاه را تغییر دهد.

به هر حال تمام مباحث فوق بیشتر از دیدگاه ارتباط عامل تولید و حجم تولید در رابطه با توابع تولید خطی تحلیل گردیده است که در این توابع رابطه عامل تولید و حجم تولید یک رابطه خطی و حتی در الگوی ما یک رابطه خطی با ضرایب ثابت میباشد و بحث وجود ارتباط بین عامل تولید و حجم تولید در چارچوب

ارتباط تنگاتنگ و دقیق ضرایب فنی ثابت ارزیابی گردید ولی همواره میتوان وجود روابط ریاضی غیرخطی و غیرنرم (Non-Smooth) را بین این دو متغیر ملاحظه نمود.

همانطور که ذکر آن رفت برای برآورد تابع تولیدی که بتواند شرایط آینده را بهتر نشان دهد تا ساختار گذشته و روند تحولات گذشته را در آینده بیشتر ملحوظ نماید از رگرسیون استفاده نمودیم زیرا خاصیت رگرسیونها کارایی زیاد در حول و حوش میانگین است و هنگامی که برای پیش‌بینی از آنها استفاده شود با توجه به اینکه میزان متغیرهای مستقل در آینده غالباً دور از میانگین قرار میگیرند واریانس پیش‌بینی را زیاد مینمایند. لذا برای رفع این مشکل از روشهای ساده‌تری که ذکر آن رفت در پیش‌بینی مقادیر ضرایب فنی برای سال ۷۸-۱۳۷۷ استفاده شد، که نحوه محاسبه آن در بانک اطلاعات تحلیلی سیمان آبیگ موجود است.^۵ بطور کلی برای یافتن پیش‌بینیهای برای مقادیر مجموعه عوامل تولید و قیمت آنها از روش رشد نمایی استفاده شده است و برای پیش‌بینی نسبتهای عوامل تولید به سطح تولید برای عوامل تولید کار و مواد اولیه معدنی و برق از روش رشد نمایی و باقی نسبتهای عوامل تولید از میانگین سالهای آخر دوره برآورد شده‌اند.

عوامل تولیدی که بعنوان متغیر در نظر گرفته شده و ضرایب فنی آنان به شرح زیر است. این ارقام بهترین کارایی (از لحاظ ویژگیهای مختلف آماری) را در بیان ساختار کارخانه سیمان آبیگ در سال ۷۸-۱۳۷۷ دارند. برای بیان ساختار ریاضی تولید در سالهای دیگر باید ارقام متناسب دیگری را بکار گرفت.

$$a_1 = 1.97 = \text{کار ساعت در سال بازاء هر تن تولید سیمان}$$

$$a_2 = 1.58 = \text{مواد اولیه معدنی تن بازاء هر تن تولید سیمان}$$

$$a_3 = 0.77 = \text{میلیون کیلوکالری سوخت بازاء هر تن تولید سیمان}$$

$$a_4 = 112.66 = \text{برق کیلووات بازاء هر تن تولید سیمان}$$

$$a_5 = 4358.40 = \text{مواد مصرفی (قیمت ثابت ۷۷-۱۳۷۶) بازاء هر تن تولید سیمان}$$

فرم ریاضی تابع تولید کارخانه سیمان آبیگ بشرح زیر خواهد بود:

$$q = \text{Min} \left(\frac{x_1}{1.97}, \frac{x_2}{1.58}, \frac{x_3}{0.77}, \frac{x_4}{112.66}, \frac{x_5}{4358.40}, \frac{2250000}{0.97} \right) \quad (27)$$

$$q = \text{میزان تولید سیمان تن}$$

جمله آخر نسبت ظرفیت قابل دسترسی کارخانه در تولید کلینکر به نسبت فنی تولید کلینکر به سیمان میباشد. مقادیر x_1, \dots, x_5 میزان بکارگیری از عوامل تولید یک تا پنج به شرح زیر میباشد:

x_1 میزان استفاده از کار ساعت در سال

x_2 میزان استفاده از مواد اولیه معدنی تن

x_3 میلیون کالری سوخت

x_4 برق کیلووات

x_5 مواد مصرفی به قیمت ثابت ۷۷-۱۳۷۶

^۵ بررسی ساختار اقتصادی کارخانه سیمان آبیگ، شرکت سهامی عام سیمان فارس و خوزستان، بیژن بیدآباد، آبان ۱۳۷۸.

تابع هزینه سیمان آبیک

با توجه به خاصیت نظری دوگانگی (Duality) تولید و هزینه توابع تولید ارتباط تنگاتنگی با توابع هزینه دارند که بحث آن بسیار مفصلتر از این است که در اینجا آورده شود و فقط به این نکته کفایت مینمائیم که چنانچه تابع تولید خطی و به صورت (۲۷) باشد تابع هزینه نیز خطی و بصورت زیر خواهد بود.

$$C = F + q \sum_{i=1}^m a_i p_i \quad (28)$$

که در آن C کل هزینه، F هزینه ثابت، a_i ضرایب فنی، p_i قیمت عوامل تولید و q میزان تولید میباشد. در کارخانه سیمان آبیک هزینه ثابت F را میتوان به شکل زیر ارائه نمود:

$$F = C_6 + C_7 + C_8 + C_9 \quad (29)$$

که در آن:

C_6 هزینه مواد بسته‌بندی

C_7 استهلاک

C_8 سایر اقلام هزینه

C_9 سرمایه‌گذاری ناخالص

باتوجه به اینکه میزان هزینه مواد بسته‌بندی میتواند بنحوی هزینه متغیر نیز تلقی شود زیرا میتوان میزان سیمان پاکتی و فله را برحسب اختیار تغییر داد، هزینه مواد بسته‌بندی را به شکل زیر تعریف میکنیم:

$$c_6 = e \cdot q^* \cdot a_6 \cdot p_6 \quad (30)$$

که در آن e متغیر تصمیم است و برابر نسبت تولید سیمان پاکتی به کل تولید سیمان میباشد. متغیرهای p_6, a_6 بترتیب ضریب فنی عامل تولید مواد اولیه بسته‌بندی (پاکت) نسبت به هر تن تولید سیمان و هزینه هر عدد پاکت میباشد. در بانک اطلاعات تحلیلی سیمان آبیک مقدار a_6 برای سال مالی ۷۸-۱۳۷۷ بمیزان زیر برآورد گردیده است:

$$a_6 = 7.56$$

مقدار $q^* = q$ از رابطه $q^* = q$ بدست می‌آید. بدین منوال که در وهله اول میزان تولید براساس رابطه (۲۸) تعیین میشود و سپس برای محاسبه هزینه مقدار تولید q را در معادله (۳۰) بجای q قرار میدهیم تا هزینه مواد بسته‌بندی با توجه به متغیر تصمیم e که نسبت تولید سیمان پاکتی به کل تولید سیمان میباشد بدست آید. با توجه به اینکه هزینه‌های استهلاک بستگی به نرخ استهلاک و موجودی سرمایه آخر هر سال دارد و از طرفی متغیر اخیر با استفاده از سرمایه‌گذاری باید محاسبه شود و سرمایه‌گذاری ناخالص خود یک متغیر برونزا میباشد نتیجتاً مقدار تمام این متغیرها وابسته به تصمیم مدیریت کارخانه آبیک دارد و نه فرآیند تولید سیمان. سایر اقلام هزینه نیز همین وضعیت را دارد نتیجتاً تابع هزینه ثابت F به شکل زیر خواهد بود:

$$F = 7.56 \cdot e \cdot p_6 + C_7 + C_8 + C_9 \quad (31)$$

و تابع هزینه کل از قرار ذیل خواهد بود:

$$C = 7.56 \cdot e \cdot q^* \cdot p_6 + c_7 + c_8 + c_9 + q \cdot (1.97 \cdot p_1 + 1.58 \cdot p_2 + 0.77 \cdot p_3 + 1226 p_4 + 43584 \cdot p_5) \quad (32)$$

که در آن:

p_1 قیمت هر ساعت کار ریال

- p_2 قیمت هر تن مواد اولیه معدنی ریال
- p_3 قیمت سوخت هر میلیون کیلوکالری ریال
- p_4 قیمت برق هر کیلووات ریال
- p_5 قیمت مواد مصرفی ریال پایه ۷۷-۱۳۷۶
- p_6 قیمت مواد اولیه بسته‌بندی (پاکت) ریال

تابع سود سیمان آبیگ

با استفاده از توابع تولید و هزینه بدست آمده میتوان فرم ریاضی تابع سود را به شکل زیر بدست

آورد:

$$\pi = (e \cdot p_p + (1-e) \cdot p_B) \cdot q - C \quad (33)$$

که در آن C و q از معادلات (۳۲) و (۲۷) جایگزین میشوند و π سود و p_p, p_B قیمت فروش سیمان فله و سیمان کیسه و e متغیر تصمیم در مورد سهم فروش سیمان کیسه از کل سیمان تولید شده میباشد.

در حداکثر کردن سود باید دقت نمود که براساس تعاریف انجام شده در قسمت رفتار بهینه بنگاه باید در گرفتن مشتقات جزئی نکته زیر را ملحوظ داشت:

$$\frac{\partial C}{\partial q^*} = \frac{\partial q}{\partial q^*} = 0 \quad (34)$$

این عبارت بدین معنی است که با توجه به معادلات (۲۷) و (۳۲) در پروسه تولید سیمان تا وقتی که سیمان فله تولید می‌شود هزینه تولید سیمان ارتباطی به میزان سیمان پاکتی ندارد و نتیجتاً تغییرات هزینه تولید نسبت به تولید سیمان پاکتی صفر است. همچنین تغییرات تولید نسبت به تغییرات تولید سیمان پاکتی نیز صفر خواهد بود. همانطور که قبلاً ذکر آن رفت با توجه به اینکه سیمان بسته‌بندی شده بعنوان عامل محدود کننده تولید تلقی نمیشود لذا آنرا خارج از پروسه تولید و بهینه سازی تولید قرار میدهم ولی در مرحله بعد از تولید سیمان فله آنرا در پروسه بهینه سازی سود قرار میدهم. هنگامیکه مدیریت بنگاه تصمیم به بسته‌بندی مقداری از سیمان تولید شده مینماید، متناسب با همین میزان سیمان پاکتی، هزینه بسته‌بندی خواهد داشت که به هزینه وی اضافه مینماید. این موضوع با درج معادله (۳۰) در تابع هزینه بوضوح آمده است. از طرفی با توجه به قیمت متفاوت سیمان پاکتی، افزایش درآمد بنگاه در اثر فروش سیمان پاکتی در تابع (۳۳) وارد شده است. استفاده از دو متغیر q و q^* که با هم مساوی هستند و دومی بعنوان متغیر کمکی میباشد به این دلیل است که توضیح بیشتر آن در ذیل معادله (۳۰) آمد.

توابع تقاضای عوامل تولید سیمان آبیگ

با توجه به فرم ریاضی تابع لئونتیف توابع تقاضای عوامل بستگی به قیمت عوامل ندارد و فقط از

تولید بهینه محاسبه میشوند به عبارت دیگر میزان عامل تولید مورد نیاز از فرمول زیر بدست می‌آید:

$$x_i = a_i q \quad (35)$$

که مقادیر x_i تقاضا برای عوامل تولید، q مقدار تولید و a_i ضرایب فنی تولید میباشد.

$$x_1 = 1.97q$$

$$x_2 = 1.58q$$

$$x_3 = 0.77q$$

$$x_4 = 122.66q$$

$$x_5 = 4358.40q$$

توابع تقاضای عوامل تولید میزان نیاز بنگاه به هریک از عوامل تولید مختلف را در ارتباط با سطح تولید محصول نشان میدهد.

تابع تولید کارای سیمان آبیگ

براساس مباحث مطروحه در قبل چنانچه ضرائب فنی تولید a_i را مقدار حداقل خود در طی دوره بررسی در نظر بگیریم و تابع تولید خطی لئونتیت را براساس آن بنا کنیم تابع تولیدی بدست میآید که کاراترین شرایط تولید سیمان که کارخانه آبیگ عملاً در سالهای گذشته داشته است را میتوان استخراج نمود. به عبارت دیگر a_i را به شکل زیر بدست میآوریم.

$$a_i^* = \text{Min}\{a_{it}, t = 1361 - 62, \dots, 1376 - 1377\} \quad i = 1, \dots, 5 \quad (36)$$

که در آن

$$a_{it} = \frac{x_{it}}{q_t} \quad (37)$$

میزان q_t, x_{it} بترتیب میزان استفاده از عامل تولید i ام در سال t و میزان تولید سیمان در سال t میباشد. در این حالت تابع تولید کارا بدست خواهد آمد که ارقام آن در بانک اطلاعات تحلیلی سیمان آبیگ وجود دارد. فرم ریاضی این تابع از قرار زیر است:

$$q^* = \text{Min}\left(\frac{x_1}{2.06}, \frac{x_2}{1.53}, \frac{x_3}{0.50}, \frac{x_4}{91.00}, \frac{x_5}{1598.66}, \frac{2250000}{0.97}\right) \quad (38)$$

نیاز بهینه به عوامل تولید با استفاده از ضرائب فنی موجود در رابطه (۳۳) در هر سال از رابطه زیر بدست میآید:

$$x_{it}^* = a_i^* q_t^* \quad (39)$$

مقادیر استفاده مازاد از نیاز بهینه از عوامل تولید از رابطه زیر بدست میآید:

$$E_{it} = x_{it}^* - x_{it} \quad (40)$$

هزینه ناکارایی استفاده از عوامل تولید از رابطه زیر بدست میآید:

$$H_{1t} = \sum_{i=1}^5 E_{it} \cdot P_{it} \quad (41)$$

هزینه فرصت ازدست رفته سیمان تولید نشده بعلت تولید نابهینه از رابطه زیر بدست میآید:

$$H_{2t} = (q_t - q_t^*) \cdot P_t \quad (42)$$

سود از دست رفته بابت عدم استفاده از باقی ظرفیت تولید از رابطه زیر بدست میآید:

$$H_{3t} = -\left(\frac{2250000}{k_t} - q_t^*\right) \cdot (p - (c_t - L_t)/q_t) \quad (43)$$

که در آن L_t, k_t به ترتیب نسبت کلینکر به سیمان و هزینه سربار واقعی میباشد. در اینجا هزینه کوتاه مدت میباشد. کل هزینه ناکارایی کارخانه سیمان آبیگ در سال مالی t از مجموع زیر بدست میآید:

$$H_t = H_{1t} + H_{2t} + H_{3t} \quad (44)$$

جزئیات محاسبه کلیه این ارقام در بانک اطلاعات تحلیلی موجود در بررسی ساختار اقتصادی کارخانه سیمان آبیگ به تفصیل آورده شده است. برای اهمیت موضوع خلاصه چند جدول از چندصد جدول گزارش مزبور را ذیلاً درج می‌نماییم. جدول (۱) نسبت تک‌تک عوامل تولید بکاربرده شده را به تولید انجام شده همان سال نشان می‌دهد:

سال مالی				جدول ۱- نسبت عوامل تولید به تولید
۷۶-۷۷	۷۵-۷۶	۷۴-۷۵	۷۳-۷۴	
2.06	2.35	2.23	2.14	کار ساعت برای هر تن سیمان
1.59	1.55	1.65	1.62	مواد اولیه معدنی تن برای هر تن سیمان
8.73	6.09	7.85	5.04	مواد اولیه بسته بندی (عدد پاکت) نسبت به سیمان
0.76	0.71	0.83	0.80	میلیون کیلوکالری سوخت مصرفی در هر تن سیمان
112.00	112.00	118.00	108.00	برق کیلووات برای هر تن سیمان
1710.95	1156.23	741.27	826.42	استهلاک ریال پایه ۱۳۷۶-۱۳۷۷ هر تن سیمان
4193.81	4421.95	4459.45	3530.06	مواد مصرفی (سایشی نسوز روغن) برای هر تن سیمان
7136.99	5691.21	6238.58	4703.28	سایراقلام ریال پایه ۱۳۷۶-۱۳۷۷ نسبت به هر تن سیمان
2329.59	13079.56	2608.87	2940.69	سرمایه گذاری ناخالص ریال پایه ۱۳۷۶-۱۳۷۷ نسبت به هر تن سیمان

جدول (۲) آماره‌هایی از جدول فوق (که برای دوره طولانی ساخته شده است) را محاسبه می‌نماید:

جدول ۲- آماره‌های نسبت عامل تولید به تولید (سالهای ۱۳۶۲-۱۳۷۷)					انحراف معیار
حداقل	حداکثر	میانگین	میانه		
2.06	5.53	3.30	3.03	1.09	کار ساعت در سال
1.53	1.93	1.62	1.60	0.09	مواد اولیه معدنی تن
1.35	17.49	8.49	7.48	5.19	مواد اولیه بسته بندی (عدد پاکت)
0.50	1.05	0.78	0.79	0.13	میلیون کیلوکالری سوخت
91.00	141.00	118.68	116.50	12.36	برق کیلووات
741.27	19506.05	5416.79	1633.21	6104.37	استهلاک (مصرف سرمایه) ریال قیمت ثابت ۱۳۷۶-۱۳۷۷
1598.66	4459.45	3059.48	2849.65	1057.65	مواد مصرفی (سایشی نسوز روغن)
-203.82	7136.99	3296.97	3133.21	2219.43	سایراقلام ریال قیمت ثابت ۱۳۷۶-۱۳۷۷
-197.80	13079.56	4123.55	3338.27	3467.82	سرمایه گذاری ناخالص ریال قیمت ثابت ۱۳۷۶-۱۳۷۷

در جدول (۳) تابع تولید کارا برای سالهای مختلف محاسبه گردیده است. بر این اساس تولید بهینه برحسب حداقل‌های نسبت‌های بکارگیری عوامل محاسبه و درصد ناکارائی تولید ارائه شده است.

سال مالی				جدول ۳- تابع تولید کاراکوتاه مدت با حداقل نسبت عوامل به تولید
۷۶-۷۷	۷۵-۷۶	۷۴-۷۵	۷۳-۷۴	
				تولید بهینه براساس حداقل نسبت عوامل کوتاه مدت تولید به تولید
2,112,673	1,959,949	2,277,412	2,319,588	
0	-24,912	-160,857	-27,499	تفاوت تولیدعملی از تولید بهینه
0.0%	-1.3%	-7.1%	-1.2%	درصد ناکارایی تولید

در جدول (۴) با توجه به تولید بهینه میزان عوامل تولید لازم محاسبه می‌شوند:

سال مالی				جدول ۴- نیاز بهینه به عوامل تولید در کوتاه مدت
۷۶-۷۷	۷۵-۷۶	۷۴-۷۵	۷۳-۷۴	
4,352,760	4,038,102	4,692,173	4,779,068	نیاز بهینه به کار ساعت در سال
3,234,867	3,001,021	3,487,111	3,551,690	نیاز بهینه به مواداولیه معدنی تن
1,057,719	981,258	1,140,197	1,161,312	نیاز بهینه به میلیون کیلوکالری سوخت
192,253,243	178,355,382	207,244,473	211,082,474	نیاز بهینه به برق کیلووات
				نیاز بهینه به مواد مصرفی (سایشی، نسوز، روغن)
3,377,446,609	3,133,293,206	3,640,807,980	3,708,232,827	

و سپس مازاد استفاده عوامل تولید از نیاز بهینه مشخص در جدول (۵) می‌گردد:

سال مالی				جدول ۵- تفاوت نیاز بهینه و مصرف عملی عوامل تولید در کوتاه مدت
۷۶-۷۷	۷۵-۷۶	۷۴-۷۵	۷۳-۷۴	
0	-509,994	-35,635	-136,132	استفاده مازاد از بهینه کار ساعت در سال
-116,062	0	0	-169,455	استفاده مازاد از بهینه مواد اولیه معدنی تن
-553,854	-401,502	-618,591	-664,929	استفاده مازاد از بهینه میلیون کیلوکالری سوخت
-44,366,133	-38,368,762	-42,509,017	-36,463,138	استفاده مازاد از بهینه برق کیلووات
-5,482,698,104	-5,423,336,574	-5,797,858,564	-4,382,987,422	استفاده مازاد از بهینه مواد مصرفی (سایشی، نسوز، روغن)

ارقام جدول (۵) به میزان درصدی از عوامل تولید مورد نیاز بهینه در جدول (۶) آورده شده است:

سال مالی				جدول ۶- درصد استفاده ناکارا از عوامل تولید
۷۶-۷۷	۷۵-۷۶	۷۴-۷۵	۷۳-۷۴	
0.0%	-11.2%	-0.8%	-2.8%	درصد استفاده ناکارا از کار
-3.5%	0.0%	0.0%	-4.6%	درصد استفاده ناکارا از مواد اولیه معدنی
-34.4%	-29.0%	-35.2%	-36.4%	درصد استفاده ناکارا از سوخت
-18.8%	-17.7%	-17.0%	-14.7%	درصد استفاده ناکارا از برق
-61.9%	-63.4%	-61.4%	-54.2%	درصد استفاده ناکارا از مواد مصرفی (سایشی نسوز روغن)

و نتیجتاً هزینه استفاده مازاد از عوامل تولید لازم از حاصل ضرب مقدار در قیمت آن برآورد و در جدول (۷) ارائه گردیده است:

سال مالی				جدول ۷- هزینه استفاده مازاد از بهینه عوامل تولید در کوتاه مدت
۷۶-۷۷	۷۵-۷۶	۷۴-۷۵	۷۳-۷۴	ریال
0	-2,302,613,217	-136,861,686	-421,116,511	هزینه استفاده مازاد از بهینه کار
-313,685,740	0	0	-208,299,882	هزینه استفاده مازاد از بهینه مواد اولیه معدنی
-3,419,518,279	-2,007,309,718	-2,407,759,302	-1,436,135,277	هزینه استفاده مازاد از بهینه سوخت
-3,904,475,859	-2,666,116,693	-2,374,087,702	-1,598,763,593	هزینه استفاده مازاد از بهینه برق
-5,482,698,104	-4,883,330,084	-4,570,423,456	-2,588,812,218	هزینه استفاده مازاد از بهینه مواد مصرفی
-13,120,377,983	-11,859,369,712	-9,489,132,146	-6,253,127,482	جمع هزینه ناکارایی استفاده از عوامل تولید در کوتاه مدت
0%	19%	1%	7%	% هزینه استفاده مازاد از بهینه کار
2%	0%	0%	3%	% هزینه استفاده مازاد از بهینه مواد اولیه معدنی
26%	17%	25%	23%	% هزینه استفاده مازاد از بهینه سوخت
30%	22%	25%	26%	% هزینه استفاده مازاد از بهینه برق
42%	41%	48%	41%	% هزینه استفاده مازاد از بهینه مواد مصرفی
100%	100%	100%	100%	جمع

و در جدول (۸) هزینه‌های ناکارایی به صورت مطلق و به عنوان نسبت‌هایی از سود یا هزینه یا سرمایه ارائه شده‌اند. این جدول نشان می‌دهد که اگر کارخانه سیمان آبیگ کارا تولید نماید در طی دوره مورد نظر می‌تواند در حدود ۲۰ الی ۵۰ درصد هزینه‌های خود را کاهش دهد بدون اینکه در میزان تولیدش تغییری ایجاد شود:

سال مالی				جدول ۸- هزینه‌های ناکارایی تولید (کوتاه مدت)
۷۶-۷۷	۷۵-۷۶	۷۴-۷۵	۷۳-۷۴	
0	-1,501,431,178	-7,468,039,217	-942,241,257	هزینه فرصت سیمان تولید نشده بعلت تولید نابهینه
-13,120,377,983	-11,859,369,712	-9,489,132,146	-6,253,127,482	هزینه ناکارایی استفاده از عوامل تولید در کوتاه مدت
-21,409,410,712	-27,401,166,238	-6,470,969,265	-3,097,083,179	سود ازدست رفته بابت عدم استفاده از باقی ظرفیت تولید
-34,529,788,694	-40,761,967,127	-23,428,140,628	-10,292,451,918	جمع هزینه های ناکارایی تولید در کوتاه مدت ریال
-61.2%	-104.7%	-69.5%	-30.4%	نسبت هزینه‌های ناکارایی تولید در کوتاه مدت به سود
-32.5%	-52.1%	-33.4%	-21.3%	نسبت هزینه‌های ناکارایی تولید در کوتاه مدت به هزینه
-2.5%	-3.4%	-2.5%	-1.5%	نسبت هزینه‌های ناکارایی تولید در کوتاه مدت به سرمایه ناخالص
-3.2%	-4.2%	-3.0%	-1.8%	نسبت هزینه‌های ناکارایی تولید در کوتاه مدت به سرمایه خالص

- Henderson, J.M., R.E. Quandt (1980) Microeconomic theory, a mathematical approach. 3rd ed., Mc-Graw-Hill.
 - Thuesen, G.J., W.J. Fabrycky (1993) Engineering economy, Prentice-hall 8th ed.
 - Eatwell, J., M. Milgate, P. Newman (1988). The new Palgrave dictionary of economics. MacMillan.
 - Forsund, F.R. , Hjalmarsson, L. (1983), Technical progress and structural change in the Swedish cement industry 1955-1979, Econometrica, vol. 51, no.5, September.
 - Johansen, L. (1972) Production functions, Amsterdam, North-Holland Publishing Co.
 - Alejandro, C.D. (1974) Labour productivity and other characteristics of the cement plants: an international comparison.
 - Diewert, W.E. (1971) An application of the Shephard duality theorem: a generalized Leontief production function, Journal of political economy, 79, pp. 481-507.
 - Clark, K.B. (1980) Unionization and productivity: micro econometric evidence. The quarterly journal of economics, December, pp. 613-639.
- برهانی احمد، حسین سقائیان نژاد وعباس طائب (۱۳۷۵) تخمین تابع هزینه برای صنعت سیمان، ارائه شده به دومین سمینار بین‌المللی سیمان، مجموعه مقالات صفحات ۳۴۲-۳۳۳.
 - بیدآباد، بیژن (۱۳۷۸). بررسی ساختار اقتصادی کارخانه سیمان آبیگ، شرکت سهامی عام سیمان فارس و خوزستان، آبان. <http://www.bidabad.com>
 - ثوابی اصل، فرهاد و بیژن بیدآباد و شهرستانی (۱۳۷۲) برآورد تابع سرمایه گذاری کلان ایران با ملاحظات توابع تولید مختلف، رساله فوق لیسانس اقتصاد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران.
 - خیامباشی بیژن (۱۳۷۵) تابع تولید و تخمین اقتصاد سنجی آن درمورد صنعت سیمان درایران، ارائه شده به دومین سمینار بین‌المللی سیمان، مجموعه مقالات، صفحات ۳۵۲-۳۴۳.
 - طائب عباس، علیرضا علی احمدی (۱۳۷۵) قیمت تمام شده تولید سیمان، ارائه شده به دومین سمینار بین‌المللی سیمان، مجموعه مقالات صفحات ۳۳۲-۳۲۳.
 - عزیزیان، محمدرضا (۱۳۶۳) سیمان، چاپ کتابسرا.