

کاربرد متغیرهای کیفی پیوسته در الگوهای اقتصادسنجی با رویکرد فازی

احمد جعفری صمیمی^۱ - بیژن بیدآباد^۲ - روح‌الله محمدی^۳

چکیده:

در این مقاله متغیرهای توضیحی کیفی در الگوهای اقتصادسنجی به دو صورت گسسته و پیوسته در نظر گرفته شده و در تحلیل‌های رگرسیونی، متغیرهای کیفی پیوسته به صورت یک سیستم فازی (نه به صورت یک طبقه‌بندی دو ارزشی در قالب صفر و یک) دیده شده است.

بدین منظور پس از معرفی سیستم فازی، کاربردی از متغیرهای کیفی پیوسته در تحلیل‌های رگرسیونی ارائه شده و نتایج مدل‌های برآوردی حاکی از آن است که به کار گرفتن متغیرهای کیفی پیوسته به صورت یک سیستم فازی در الگوهای مورد مطالعه در مقایسه با حالت کلاسیک (در قالب صفر و یک) آماره‌های t , R^2 مدل را افزایش داده و سبب بهبود آماره دوربین-واتسن شده است که این امر مبین بهبود تصریح الگو می‌باشد. به عبارت دیگر به کار گرفتن متغیرهای کیفی پیوسته به صورت یک سیستم فازی سبب افزایش دقت، صحت و قدرت توضیح‌دهی الگو شده است.

کلیدواژه: متغیر مجازی، متغیر کیفی، منطق فازی، رگرسیون فازی، متغیر مجازی فازی

۱- عضو هیئت علمی دانشگاه مازندران

http://www.geocities.com/bijan_bidabad/

۲- پژوهشگر bijan_bidabad@msn.com

۳- کارشناس ارشد مهندسی سیستم‌های اقتصادی و اجتماعی

مقدمه:

در حالت کلی متغیرهای توضیحی مورد استفاده در مدل‌های اقتصادسنجی دو نوعند: کمی و کیفی. در حالت کلاسیک متغیرهای توضیحی کیفی (مانند دوره جنگ، انقلاب، زلزله، تکانه‌های شدید اقتصادی و...) بدون توجه به گسسته یا پیوسته بودن آن، با قرار دادن مقادیر یک برای یک حالت و صفر برای حالت دیگر، در تحلیلهای رگرسیونی به کار گرفته می‌شوند. این طبقه بندی منجر به تغییر ناگهانی در الگوهای مربوطه شده و در صورت وجود سطوح و طبقات میانی، بین صفر و یک، این الگوها همواره نمی‌توانند در بردارنده نتایج موردانتظار باشند. در این میان تنها متغیرهای زبانی هستند که با استفاده از مجموعه‌های فازی قادر به تعریف سطوح میانی بوده و به متغیر مورد نظر هویت عددی می‌بخشند. این متغیرهای صفر و یک را متغیرهای مجازی نامیده و مانند سایر متغیرهای توضیحی با آنها رفتار می‌شود. متغیرهای مجازی را می‌توان برای تغییر در عرض از مبدأ، تغییر در شیب و تغییر در هر دوی آنها مورد استفاده قرار داد. بر اساس مبانی و اصول علم کلاسیک، همه چیز شامل یک قاعده ثابت می‌باشد که به واسطه آن درستی یا نادرستی مساله مشخص می‌شود. با چنین مفروضاتی نمی‌توان متغیرهای کیفی را به عناصر کمی تبدیل نمود. در حقیقت پدیده‌ها را نمی‌توان همواره به یکی از دو صورت صحیح و غلط، یا صفر و یک تقسیم نمود بلکه حقیقت چیزی بین صفرها و یک‌هاست و این در حالی است که بیان‌های مربوط به جهان واقعی چیزی بین درستی کامل و نادرستی کامل است. چیزی بین صفر و یک، نه دو ارزشی؛ بلکه چند ارزشی یا فازی.

با توجه به ماهیت متغیر و مبهم متغیرهای کیفی، بعضاً تنها انسان است که می‌تواند با تجمیع ادراک خود از نشانه‌ها، جایگاه آنرا تعیین نموده و گسسته یا پیوسته بودن متغیر را شناسائی نماید. از آنجا که هر چه با منطق سازگار است، الزامی ندارد که در واقعیت هم رخ نماید، کاربرد صریح و دو مقدراری برای باز شناخت الگوهای شامل متغیرهای کیفی پیوسته، در برخی موارد نتیجه مناسبی نمی‌دهد لذا به منظور جمع متغیرهای کیفی در چنین شرایطی باید از روشی استفاده نمود که توان اجرائی بالائی در ترکیب متغیرهای وصفی داشته باشد. به نظر می‌رسد سیستمهای فازی با توجه به ویژگیهای خاص خود بتواند نقش متغیرهای کیفی پیوسته را در الگوهای اقتصادسنجی به خوبی تشریح نماید.

سابقه روش فازی:

تا اوایل دهه ۶۰ میلادی تئوری کلاسیکها، تئوری غالب در اکثر محاسبات و برنامه ریزی‌های علمی بود. در اوایل این دهه، پروفیسور لطفی زاده نسبت به تئوری کلاسیک، تئوری جدیدی ارائه نمود. وی عقیده داشت که تئوری کلاسیک بیش از حد بر روی دقت تاکید داشته است و از این روی با سیستم‌های پیچیده نمی‌تواند هماهنگ باشد. لطفی زاده^۱ در سال ۱۹۶۸ مفاهیم الگوریتم‌های فازی و در سال ۱۹۷۰ تصمیم‌گیری فازی و در سال ۱۹۷۱ ترتیب فازی را مطرح نمود. در سال ۱۹۷۳ ماکس بلک^۲ مقاله‌ای در مورد آنالیز منطق به نام "ابهام" را در مجله علم ارائه داد و برای اولین بار مجموعه‌های فازی را با چیزی که امروزه تابع عضویت نامیده

^۱ - Zadeh

^۲ - Black

می‌شود، تعریف نمود. در واقع در دهه ۱۹۷۰ تئوری فازی رشد پیدا کرد و کاربردهای علمی آن ظاهر گردید. ونگ و رز^۱ در سال ۱۹۹۰ روشی را برای ساختاردهی متغیرها بر پایه داده‌های زبانی معرفی نمودند و بیان داشتند تحت این شرایط، می‌توان از توابع عضویت به منظور توصیف مقدار واژه‌های زبانی کیفی استفاده نمود. با توجه به این روش، ارزش عددی برای معیارهای فازی با استفاده از هر یک از چهار روش متداول فازی (مد فازی، عدد وسط سطح، میانه فازی و میانگین فازی) بدست می‌آیند.

ونگ و چن^۲ در سال ۱۹۹۵ مدل ریاضی برنامه ریزی فازی را طراحی نمودند و یک راه حل اکتشافی برای طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل آماری، ارائه دادند.

خو و هو^۳ در سال ۱۹۹۶ چارچوبی را برای سیستم توسعه تابع فازی کیفیت^۴ ارائه نمودند. در این مدل، رضایت مشتری به صورت متغیرهای عددی و زبانی، بیان می‌شود.

کلاشکوفسکی و فلورسکا^۵ در سال ۱۹۹۸ چگونگی کاربرد تئوری مجموعه فازی در رابطه با ارتقاء ابزار کیفی در صورت وجود داده‌های زبانی را توصیف نمودند. آنها همچنین مراحل برای استاندارد کردن ویژگیهای کیفی زبانی شناسایی و معرفی نمودند.

با توجه به مطالعات انجام گرفته در این زمینه، امروزه تئوری فازی به عنوان یک علم نوین درآمده و مقالات و کتب فراوانی در این باره نوشته شده و کاربردهای علمی آن ظاهر گردیده است. ساخت کنترل تصفیه آب فوجی در ژاپن در سال ۱۹۷۰، ساخت پیشرفته ترین سیستم‌های قطار زیرزمینی با استفاده از تئوری فازی در سال ۱۹۸۶، ساخت روبات فازی در سال ۱۹۸۷، ساخت ماشین لباسشویی فازی در سال ۱۹۹۰ و... نمونه هائی از کاربرد عملی این تئوری جدید است.

متغیرهای توضیحی کیفی و کاربرد آنها در الگوهای اقتصادسنجی:

برای مطالعه و بررسی اثرات متغیرهای کیفی (مانند انقلاب، زلزله، شکهای نفتی و...) می‌توان از متغیرهای مجازی با دامنه صفر و یک استفاده کرد. به عبارت دیگر:

$$DR = \begin{cases} 1 & \text{اگر متغیر کیفی اتفاق بیافتد} \\ 0 & \text{اگر متغیر کیفی اتفاق نیافتد} \end{cases}$$

این متغیر می‌تواند به سه طریق در الگوی مورد بررسی استفاده شود:

- از طریق عرض از مبدأ

- از طریق شیب الگو

- از طریق هر دو (هم از طریق شیب الگو و هم از طریق عرض از مبدأ)

فرض کنید متغیر وابسته Y توسط متغیرهای X و Z و از طریق الگوی زیر توضیح داده شود:

¹- Wang and Raz

²- Wang and Chen

³-Khoo and Ho

⁴-Fuzz Quality Function Deployment

⁵-Glushokofsky and Florescu

$$Y = c_1 + c_2 X + c_3 Z + u \quad (u \text{ جمله اختلال است})$$

در حالت اول (از طریق عرض از مبدأ) متغیر کیفی به صورت زیر در الگو گنجانده می‌شود:

$$Y = c_1 + c_2 X + c_3 Z + c_4 DR + u$$

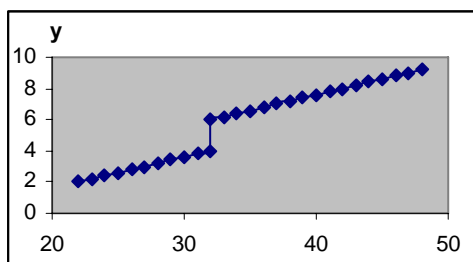
در این صورت الگو پس از برآورد به صورت زیر خواهد بود:

$$\hat{Y} = \hat{c}_1 + \hat{c}_2 X + \hat{c}_3 Z + \hat{c}_4 DR$$

اگر متغیر کیفی اتفاق بیافتد:

$$\hat{Y} = \hat{c}_1 + \hat{c}_2 X + \hat{c}_3 Z + \hat{c}_4 (1) \implies \hat{Y} = (\hat{c}_1 + \hat{c}_4) + \hat{c}_2 X + \hat{c}_3 Z$$

در این حالت اثر متغیر کیفی بر الگو باعث انتقال عرض از مبدأ خواهد شد.



نمودار شماره (۱) اثر متغیر کیفی بر عرض از مبدأ الگوی فرضی

در حالت دوم (از طریق شیب الگو) متغیر کیفی به صورت زیر در الگو گنجانده می‌شود:

$$SDR = DR \times X$$

$$Y = c_1 + c_2 X + c_3 Z + c_4 SDR + u$$

$$Y = c_1 + c_2 X + c_3 Z + c_4 (DR \times X) + u$$

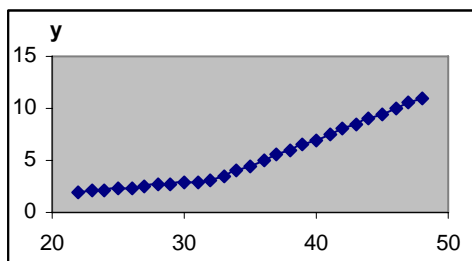
در این صورت نیز الگو پس از برآورد به صورت زیر خواهد بود:

$$\hat{Y} = \hat{c}_1 + \hat{c}_2 X + \hat{c}_3 Z + \hat{c}_4 (DR \times X)$$

اگر متغیر کیفی اتفاق بیافتد:

$$\hat{Y} = \hat{c}_1 + \hat{c}_2 X + \hat{c}_3 Z + \hat{c}_4 X \implies \hat{Y} = \hat{c}_1 + (\hat{c}_2 + \hat{c}_4) X + \hat{c}_3 Z$$

در این حالت اثر متغیر کیفی باعث تغییر شیب الگو خواهد شد.

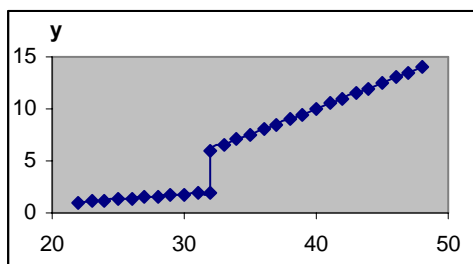


نمودار شماره (۲) اثر متغیر کیفی بر شیب الگوی فرضی

حالت سوم ترکیبی از دو حالت فوق است در این حالت اثر متغیر کیفی بر الگو باعث انتقال عرض از مبدأ و

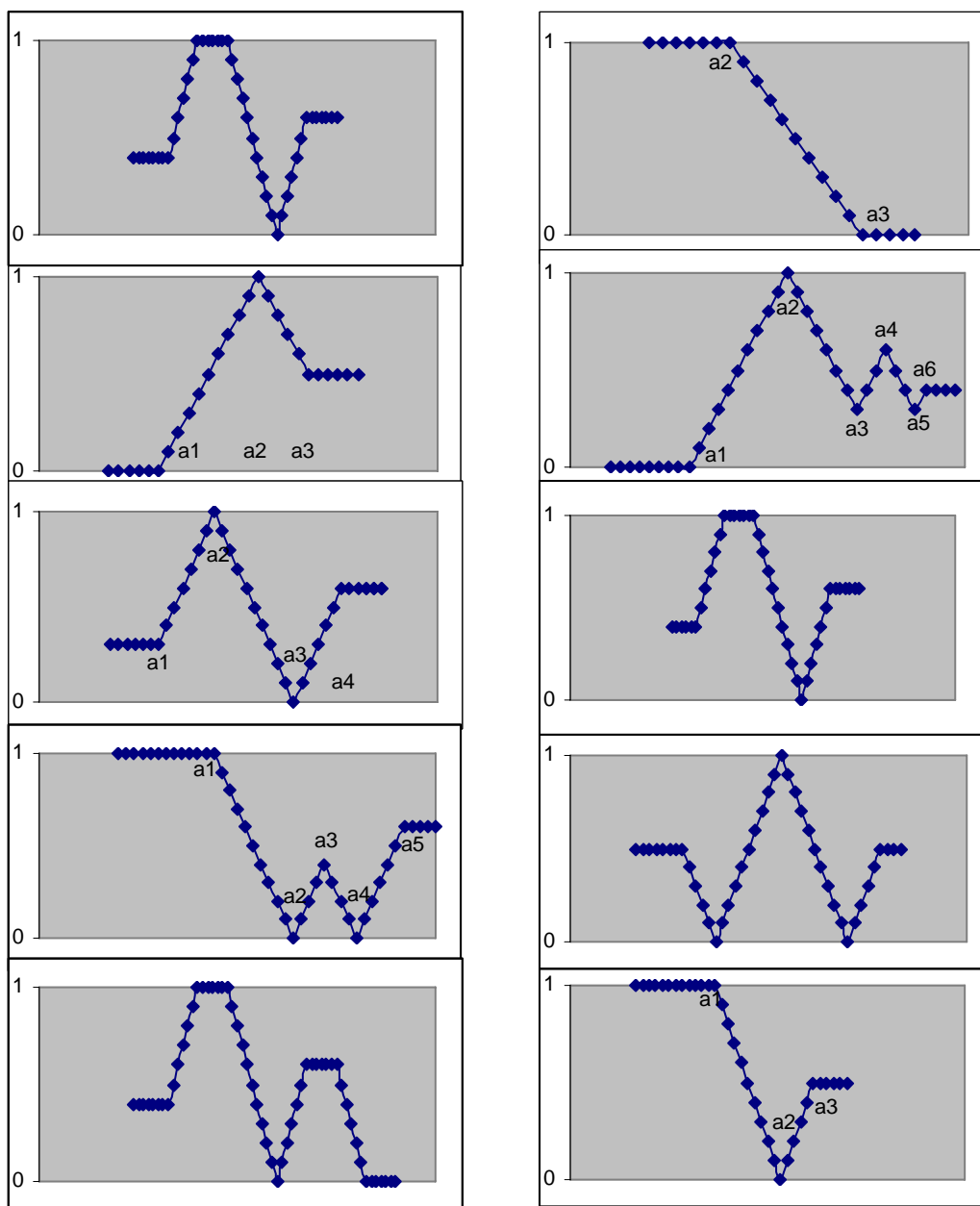
تغییر شیب الگو خواهد شد.^۱

^۱ - حالت‌های مورد بررسی و ایرادات گرفته شده در این مورد مربوط به حالت خطی مدل می‌باشد و این مقاله در حوزه مدل‌های غیرخطی وارد نشده است.



نمودار شماره (۳) اثر متغیر کیفی بر شیب و عرض از مبدا الگوی فرضی

مجموعه نمودارهای شماره (۴) - اثر متغیر کیفی بر الگو در حالت‌های مختلف



بکارگیری متغیر مجازی DR در هر یک از حالت‌های فوق منجر به افزایش دقت و قدرت توضیح‌دهی الگو خواهد شد اما در عمل همواره اثر متغیر کیفی بر شیب یا عرض از مبدا الگو نمی‌تواند تنها به صورت یکی از سه حالت فوق باشد. به طور مثال در نمودار شماره (۱) اثر متغیر کیفی منجر به تغییر عرض از مبدا الگوشده

است. این تغییر در یک مقطع زمانی کوتاه منجر به جابجایی منحنی متغیر وابسته الگو شده است حال آنکه در بیشتر موارد اثر متغیر کیفی به مرور زمان منجر به تغییر عرض از مبدأ الگو می شود. همچنین در نمودار شماره (۲) اثر متغیر کیفی منجر به تغییر شیب الگو شده و در ادامه اثر این متغیر کیفی به صورت پایا فرض شده است حال آنکه ممکن است اثر متغیر کیفی به صورت مقطعی منجر به تغییر شیب الگو شود به عبارت دیگر اثر متغیر کیفی بر متغیر وابسته الگو ممکن است پس از مدتی خنثی شود. نمونه‌ای از چنین حالت‌هایی در مجموعه نمودارهای شماره (۴) آورده شده است. همانطوری که نمودارها نشان می دهند در تمامی این موارد اثر متغیر کیفی بر عرض از مبدأ و یا شیب الگو به صورت پیوسته و ناپایدار است. در چنین مواردی به کارگیری متغیر مجازی کلاسیک (با مقادیر صفر و یک)، گرچه ممکن است منجر به افزایش قدرت توضیح‌دهی مدل شود اما همواره نتایج بهینه را دربر ندارد. لذا این مقاله سعی بر آن دارد کاستی‌های ناشی از به کارگیری متغیرهای مجازی در چنین مواردی را با بکارگیری اعداد و توابع فازی بهبود بخشد.

معرفی سیستم، مجموعه، اعداد و توابع فازی:

۱- سیستم فازی: به طور کلی یک سیستم کنترل فازی بسیار ساده بوده و از سه قسمت ورودی، خروجی و پردازش تشکیل می شود. واحد ورودی، از خروجی سنسورها و یا ورودی‌های دیگر مقادیر را دریافت نموده، آنها را به توابع عضویت مربوطه برده و مقادیر عضویت مربوط به آنها را به دست می آورد. سپس واحد پردازش، قوانین را صدا می زند و برای هر کدام نتیجه‌ای تولید می نماید، نتایج با یکدیگر ترکیب شده و نهایتاً به خروجی مورد نظر تبدیل می شود.

۲- مجموعه فازی: متغیر زبانی x در قالب یک کلمه یا عبارت، یک مجموعه فازی را تشکیل می دهد اگر هر x_i در مجموعه $T(x)$ به وسیله $\mu_i(x)$ هویت عددی یابد. در واقع x معیار سطح کیفی است که مقادیری بین صفر و یک می پذیرد یعنی در فاصله $[0, 1]$ تغییر می کند.

اگر X مجموعه مرجعی باشد که هر عضو آن را با x نشان دهیم مجموعه فازی A در X به وسیله زوجهای مرتبی به صورت زیر بیان می شود:

$$A = \{(x, \mu_a(x)) \mid x \in X\}$$

در جاییکه $\mu_a(x)$ درجه عضویت x در A را نشان دهد، تابع $\mu_a(x)$ تابع عضویت نام می گیرد که میزان تعلق x به مجموعه فازی A را نشان می دهد و برد این تابع اعداد حقیقی غیرمنفی است و در حالت نرمال به صورت فاصله بسته $[0, 1]$ فرض می شود. (اگر برد این تابع صفر و یک فرض شود همان مجموعه صریح را خواهیم داشت.)

۳- اعداد فازی: اعداد فازی در واقع یک تعمیم طبیعی برای اعداد معمولی می باشند. یک عدد معمولی مانند a را می توان با تابع عضویت زیر نشان داد:

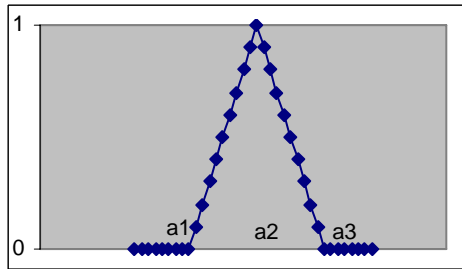
$$\mu_a(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{if } x = a \\ 0 & ; \text{if } x \neq a \end{cases}$$

بنابر این هر عدد حقیقی می تواند به صورت یک عدد فازی بیان شود. ساده ترین اعداد فازی اعداد فازی مثلثی نام دارند. تابع عضویت یک عدد فازی به شکل مثلث، شامل توابع خطی افزایشی و کاهششی در فرم مثلث

می‌باشد که تعریف آن به شرح زیر است: عدد فازی $A = (a_1, a_2, a_3)$ با فرض $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ یک عدد فازی مثلثی است اگر تابع عضویت آن به صورت زیر نوشته شود:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq a_1 \\ (x - a_1) / (a_2 - a_1) & ; a_1 < x \leq a_2 \\ (a_3 - x) / (a_3 - a_2) & ; a_2 < x \leq a_3 \\ 0 & ; x > a_3 \end{cases}$$

نمودار شماره (۵) - تابع عضویت عدد فازی مثلثی (a_1, a_2, a_3)



در حالت خاص، اعداد فازی مثلثی به صورت اعداد فازی نیمه محدود (a_1, a_2, ∞) به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq a_1 \\ (x - a_1) / (a_2 - a_1) & ; a_1 < x \leq a_2 \\ 1 & ; a_2 < x \end{cases}$$

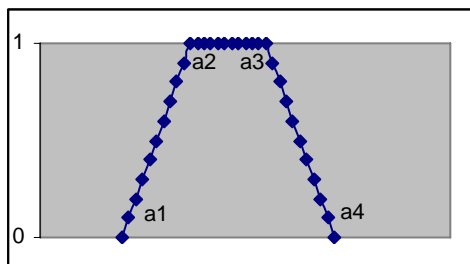
و برای (∞, a_2, a_3) داریم:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq a_2 \\ (a_3 - x) / (a_3 - a_2) & ; a_2 < x \leq a_3 \\ 0 & ; a_3 < x \end{cases}$$

شکل دیگر اعداد فازی به واسطه تابع عضویت آن به صورت دوزنقه است. عدد فازی $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ با فرض $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$ یک عدد فازی دوزنقه‌ای است اگر تابع عضویت آن به صورت زیر باشد:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq a_1 \\ (x - a_1) / (a_2 - a_1) & ; a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1 & ; a_2 \leq x \leq a_3 \\ (a_4 - x) / (a_4 - a_3) & ; a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0 & ; a_4 \leq x \end{cases}$$

در واقع می‌توان گفت عدد فازی مثلثی حالت خاصی از عدد فازی دوزنقه‌ای است. همچون عدد فازی مثلثی حالت‌های مختلفی از متغیرهای کیفی را می‌توان با اعداد فازی دوزنقه‌ای شبیه‌سازی نمود.



نمودار شماره (۶) - تابع عضویت عدد فازی دوزنقه‌ای (a_1, a_2, a_3, a_4)

اعداد فازی مثلثی و دوزنقه‌ای نمونه‌هایی بسیار ساده از اعداد فازی می‌باشند که برای بهبود قدرت توضیح‌دهی

مدلهای رگرسیونی در حالت‌های مختلف می‌توان به کار گرفت^۱.

۴- توابع فازی: در حالت کلی مجموعه‌های فازی از نظر شکل تابع عضویت و درجه فازی بودن مجموعه به بخش‌های مختلف تقسیم می‌شوند. روش‌های مختلفی نیز برای تعیین تابع عضویت یک متغیر فازی وجود دارد که از آن جمله می‌توان به روش‌های سه مرحله‌ای، روش‌های افزایشی، روش آماری چند حالتی فازی و... اشاره کرد که در اینجا تنها به طور مختصر به روش افزایشی اشاره می‌شود^۲.

اگر A مجموعه در برگیرنده مفهوم فازی باشد و $A \in [a, b]$ ، به سادگی می‌توان $\mu(u)$ را تعریف کرد:

$$\mu(u) = \mu_A(u), u \in [a, b]$$

$\Delta\mu$ ، یک مقدار تصادفی روی u را در نظر می‌گیریم. به طور مشابه مقدار افزایشی $\Delta\mu$ روی u تعیین می‌شود. اگر Δu را متناسب با $\Delta\mu$ فرض نمائیم و از طرف دیگر می‌دانیم حد افزایشی μ تا عدد یک می‌باشد؛ بنابراین این

$$\Delta\mu = k \cdot \Delta u \cdot u(1 - \mu)$$

داریم:

k یک مقدار ثابت است. عبارت $(1 - \mu)$ وقتی $\mu = 1$ است برابر صفر و وقتی $\mu = 0$ است برابر یک می‌باشد. با

$$\Delta\mu / \Delta u = k \cdot u(1 - \mu)$$

تقسیم رابطه فوق بر Δu داریم:

$$d\mu/du = k \cdot u(1 - \mu) \rightarrow \mu(u) = 1 - c \cdot e^{-k^2/2}$$

زمانی که $\Delta u \rightarrow 0$ داریم:

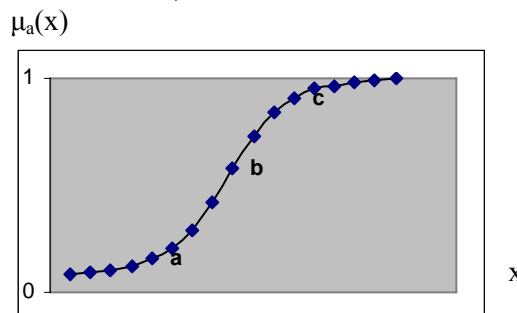
که c عدد ثابت انتگرال است و با تخصیص اعداد به k, c ، $\mu(u)$ بدست می‌آید.

در رابطه با تابع عضویت مربوطه لازم به ذکر است که پیش فرض خاصی در تئوری در مورد نوع و شکل این توابع وجود ندارد و می‌توان بینهایت تابع در نظر گرفت اما با توجه به کاربردی بودن هدف توابعی در نظر گرفته می‌شوند که در عمل با واقعیت هماهنگ‌تر باشند. مهمترین اشکال استفاده شده توابع فازی در چهار

قالب S, π, z, s ، دسته بندی می‌شوند. این توابع عبارتند از:

۱- تابع S گونه:

$$S_{(x, a, b, c)} = \begin{cases} 0 & ; x \leq a \\ 2((x-b)/(c-a))^2 & ; a \leq x \leq b \\ 1-2((x-c)/(c-a))^2 & ; b \leq x \leq c \\ 1 & ; x \leq c \end{cases}$$



نمودار شماره (۷) - شکل تابع S گونه

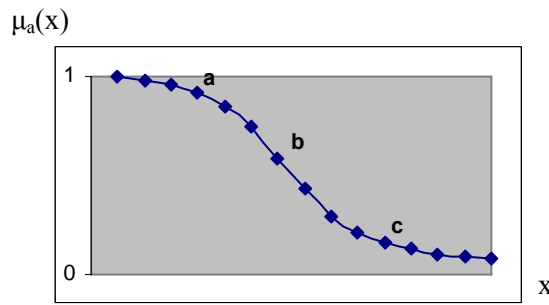
^۱ - اعداد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای نمونه‌های بسیار ساده از اعداد فازی می‌باشند. برای شناخت بیشتر اعداد فازی رجوع کنید به "تئوری مجموعه‌های فازی و کاربرد آنها، تالیف مرتضی زاهدی".

^۲ - جهت آشنائی بیشتر با این روشها رجوع شود به: Cox, Earl (1999). The Fuzzy System Hand Book

آستانه‌های a, b, c به ترتیب حد پائین، حد وسط و حد بالای تابع می‌باشند.

۲- تابع Z گونه:

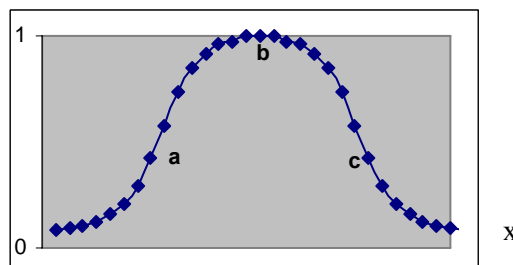
$$Z_{(x, a, b, c)} = \begin{cases} 0 & ; x \leq c \\ 2((x-b)/(c-a))^2 & ; b \leq x \leq c \\ 1-2((x-c)/(c-a))^2 & ; a \leq x \leq b \\ 1 & ; x \leq a \end{cases}$$



نمودار شماره (۸)- شکل تابع Z گونه

۳- تابع π گونه: این تابع در واقع ترکیب توابع S گونه و Z گونه می‌باشد که به آن تابع گوژ یا محدب یا زنگ مانند هم می‌گویند:

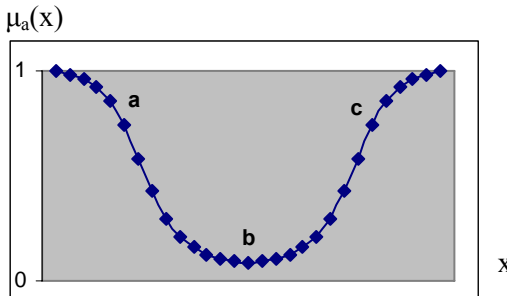
$$\pi_{(x, a, b, c)} = \begin{cases} S_{(x, b-a, b-a/2, b)} & ; x \leq b \\ 1 - S_{(x, b, (b+ca)/2, c)} & ; x \geq b \end{cases}$$



نمودار شماره (۹)- شکل تابع π گونه

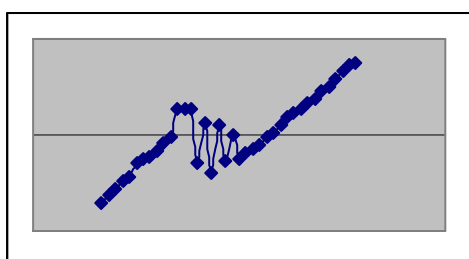
۴- تابع u گونه: این تابع نیز ترکیبی از توابع S گونه و Z گونه می‌باشد که به آن تابع کاو یا مقعر می‌گویند:

$$V_{(x, a, b, c)} = \begin{cases} Z_{(x, b-a, b-a/2, b)} & ; x \leq b \\ S_{(x, a, (b+ca)/2, c)} & ; x \geq b \end{cases}$$



نمودار شماره (۱۰)- شکل تابع u گونه

بسته به نحوه اثر متغیر کیفی پیوسته بر روند متغیر وابسته می‌توان از توابع عضویت فوق برای بررسی اثر متغیر کیفی بر الگو استفاده کرد. بدین منظور کافی است آستانه‌های a , b , c در نمودارهای مربوطه مشخص و به جای متغیر مجازی با دامنه صفر و یک، بسته به نحوه اثر متغیر کیفی، از توابع عضویت فوق استفاده نمود. شناسایی آستانه‌های a , b , c در نمودارهای فوق در تعیین دقت الگوها نقش بسزایی دارد. در مواردی که شناسایی آستانه‌های فوق چندان قابل تشخیص نباشد و یا اثر متغیر کیفی منجر به یک اغتشاش در روند متغیر وابسته الگو طی یک دوره زمانی خاص باشد، در چنین مواردی به منظور رفع ابهام موجود در فاصله بین درجات، آستانه‌های a , b , c همچون واقعیت وجودشان به صورت فازی در نظر گرفته می‌شوند یعنی برای هر درجه یک تابع عضویت تعیین و الگوها با توابع عضویت فازی در حالت‌های مختلف برآورد شده و با توجه به پارامترهای برآورد شده، بهترین الگو به منظور تشریح واقعیات مدل استفاده می‌شود.



نمودار شماره ۱۱ - اغتشاش ناشی از اثر متغیر کیفی بر الگو

با توجه به توضیحات فوق در حالت کلی اثر متغیر کیفی پیوسته و ناپایدار بر الگوهای رگرسیونی را می‌توان همانند یک سیستم فازی در نظر گرفت. در این سیستم، ورودی با توجه به نحوه تاثیر متغیر کیفی بر متغیر وابسته الگو ساخته می‌شود. بسته به نوع تاثیر متغیر کیفی بر الگو و میزان ابهام در تشخیص آستانه‌های تاثیر متغیر کیفی، سیستم ممکن است شامل چندین ورودی با توابع عضویت مختلف باشد اما علی‌رغم متفاوت بودن ورودی سیستم، خروجی سیستم تنها شامل یک خروجی است!^۱ متغیرهای فازی همانند سایر متغیرهای مجازی وارد مدل می‌شوند تنها تفاوت بین متغیرهای کیفی کلاسیک و فازی در نوع تابع عضویت آنهاست به طوری که تابع عضویت متغیرهای کیفی کلاسیک مقادیر صفر و یک اما تابع عضویت متغیرهای کیفی فازی در فاصله بسته $[0,1]$ در نظر گرفته می‌شود. لذا ضریب متغیر فازی در عرض از مبدا و شیب الگو همانند حالت کلاسیک به صورت یک مقدار ثابت ظاهر می‌شود.

برآورد چند الگوی ساده اقتصادسنجی شامل متغیر کیفی پیوسته:

در این قسمت کاربرد متغیرهای کیفی پیوسته و ناپایدار در تحلیل‌های رگرسیونی با دو مثال مورد بررسی قرار گرفته است:

۱) ابتدا میزان سرمایه گذاری غیردولتی در بخش کشاورزی در ۲۴ سال اخیر به صورت تابعی از نرخ سود تسهیلات بانکی در نظر گرفته شده و نقش جنگ بر روند سرمایه گذاری در بخش کشاورزی به صورت یک

^۱ - داده‌های ورودی سیستم فازی از طریق واحد پردازشگر به خروجی مورد نظر تبدیل می‌شوند. واحد پردازشگر سیستم فازی با استفاده از تجربه انسان خبره و رفتار تصمیم‌گیری او به صورت قوانین "اگر-آنگاه" طرح می‌شوند که در اینجا به آن نمی‌پردازیم.

متغیر کیفی فرض شده است:

$$I=f(R, DR)$$

در رابطه فوق:

I: میزان سرمایه‌گذاری واقعی بخش غیردولتی در بخش کشاورزی

R: نرخ واقعی سود تسهیلات بانکی

DR: متغیر کیفی ناشی از تأثیر جنگ تحمیلی بر میزان سرمایه‌گذاری واقعی است.

با توجه به آنکه در اکثر الگوهای برآوردی اثر متغیر کیفی بدون توجه به گسسته یا پیوسته بودن متغیر، با افزودن یک متغیر مجازی (صفر و یک) وارد مدل می‌شود لذا ابتدا اثر متغیر کیفی بر الگو به صورت یک متغیر مجازی کلاسیک فرض شده است. در این حالت مدل در حالت‌های مختلف برآورد شده که نهایتاً بهترین الگو برای تخمین به صورت زیر درآمده است¹:

$$\log I = \alpha + \beta_1 R + \beta_2 DR$$

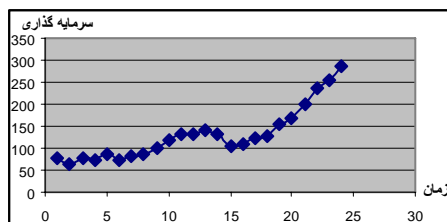
که نتایج حاصل از تخمین مدل فوق با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی به صورت زیر می‌باشد²:

$$\log I = 2/24 - 0/144R + 0/138DR$$

$$t: (7/9) \quad (3/5) \quad (5/5)$$

$$R^2 = 0/936 \quad F = 66/1 \quad D.W = 2/25$$

در حالت دوم با توجه به نحوه تأثیر متغیر کیفی بر روند سرمایه‌گذاری در بخش کشاورزی، اثر متغیر کیفی به صورت پیوسته فرض شده است:



نمودار شماره ۱۲ - روند سرمایه‌گذاری غیر دولتی در بخش کشاورزی در ۲۴ سال اخیر

همانطوری که نمودار فوق نشان می‌دهد بجز سالهای بین ۶۸ تا ۷۴ سرمایه‌گذاری در بخش کشاورزی روند تقریباً ثابتی داشته است. اغتشاش ناشی از روند صادرات طی سالهای فوق به نظر ناشی از پایان جنگ تحمیلی می‌باشد. با توجه به اینکه در مورد جنگ و صلح دقیقاً نمی‌توان به صورت ناپیوسته زمان خاصی را با توجه به تهدیدات اولیه برای شروع و یا خاتمه جنگ در نظر گرفت، بنابراین در این حالت استفاده از متغیر کیفی پیوسته قابل توجه است. لذا اثر این متغیر کیفی پیوسته بر روی میزان سرمایه‌گذاری در بخش کشاورزی به صورت یک سیستم فازی در نظر گرفته شده است. با توجه به آنکه ابهام ناشی از برآورد مدل می‌تواند ناشی از متغیر بودن آستانه‌های تأثیر متغیر کیفی و یا نحوه تأثیر این متغیر بر روند متغیر وابسته باشد لذا حالت‌های مختلفی در برآورد مدل می‌توان متصور شد. با توجه به روند متغیر وابسته الگو و محدوده تأثیر متغیر کیفی، مدل در

1 - متغیرهای AR(1) و MA(1) به منظور رفع خود همبستگی اجزای اخلاص مدل به الگو اضافه شده است.

2 - سایر پارامترهای مربوط به برآورد مدل در جدول شماره یک ضمیمه آورده شده است.

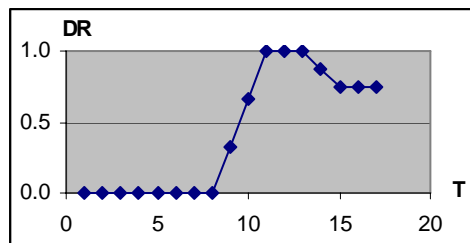
حالت‌های مختلف برآورد شده که در حالت "نحوه تاثیر به صورت اعداد فازی دوزنقه ای و در محدوده تاثیر پس از سال ۱۳۶۸"، مدل نهائی جهت تخمین به صورت زیر حاصل شده است:

$$\log I = \alpha + \beta_1 R + \beta_2 DR$$

در حالت فوق، تابع عضویت متغیر کیفی پیوسته به صورت زیر قابل تعریف است:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 9 \\ 0.33x - 2.67 & ; 9 \leq x < 11 \\ 1 & ; 11 \leq x < 13 \\ -0.125x + 2.625 & ; 13 \leq x < 15 \\ 0.75 & ; 15 \leq x \end{cases}$$

تابع عضویت فوق با توجه به نحوه تاثیر متغیر کیفی بر روند متغیر وابسته در مدل نهائی، تعریف شده است:



نمودار شماره ۱۳ - شبیه سازی محدوده تاثیر و چگونگی اثر متغیر کیفی بر الگو

با جایگذاری مقادیر DR و برآورد الگو با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی خواهیم داشت^۱:

$$\log I = 2/0.9 - 0/148R + 0/38DR$$

$$t: \quad (8/2) \quad (3/7) \quad (5/5)$$

$$R^2 = 0/937 \quad F = 66/85 \quad D.W = 2/0.5$$

- مقایسه نتایج حاصل از برآورد مدل در دو حالت فوق:

جهت مقایسه برآورد مدل در دو حالت فوق مهمترین پارامترهای حاصل از برآورد الگوها در جدول زیر آورده شده است:

جدول شماره (۱) نتایج حاصل از برآورد الگو با متغیر کیفی پیوسته در دو حالت فوق

پارامتر	الگوی کلاسیک	الگوی فازی
R^2	۰/۹۳۶	۰/۹۳۷
F	۶۶/۱	۶۶/۹
t_1	۷/۹	۸/۲
t_2	۳/۵	۳/۷
t_3	۵/۵	۵/۵
D.W	۲/۲۵	۲/۰۵

۱- سایر پارامترهای مربوط به برآورد مدل در جدول شماره دو ضمیمه آورده شده است.

همانطوری که ملاحظه می‌شود آماره‌های F و t الگوفزایش یافته، آماره D.W نیز بهبود یافته و همچنین R^2 الگوی دوم افزایش قابل توجهی داشته است.

(۲) مثال دوم مربوط به صنعت سیمان می‌باشد. در این مثال قیمت واقعی سیمان طی سالهای ۱۳۵۰ تا ۱۳۸۳ تابعی از میزان تولید در نظر گرفته شده و با توجه به اینکه قیمت گذاری سیمان تا سال ۱۳۷۰ توسط دولت و پس از آن توسط کارخانجات تولید کننده صورت گرفته^۱ لذا نقش تولید کنندگان در قیمت گذاری سیمان با اضافه شدن متغیر مجازی DR به مدل، نشان داده شده است:

$$P=f(Q, DR)$$

در رابطه فوق:

P: قیمت واقعی سیمان

R: میزان تولید سالانه سیمان

DR: متغیر کیفی ناشی از نقش تولید کنندگان در قیمت گذاری سیمان است که برای سالهای ۱۳۵۰ تا ۱۳۷۰ برابر صفر و برای پس از آن برابر یک فرض شده است.

این مدل در حالت‌های مختلف برآورد شده که نهایتاً بهترین الگو برای تخمین به صورت زیر درآمده است:

$$P = \alpha + \beta_1 Q + \beta_2 DR + \beta_3 SDR$$

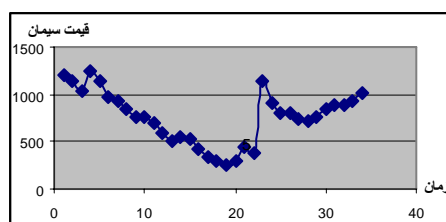
نتایج حاصل از برآورد مدل فوق با روش حداقل مربعات معمولی به صورت زیر می‌باشد^۲:

$$P = 1444/77 - 0/08 Q - 894/07 DR + 0/093 SDR$$

$$t: (18/43) \quad (-10/12) \quad (-5/08) \quad (8/82)$$

$$R^2 = 0/788 \quad F = 37/27 \quad D.W = 2/21$$

در حالت دوم با توجه به نحوه تاثیر متغیر کیفی بر روند قیمت سیمان، اثر متغیر کیفی به صورت پیوسته فرض شده است:



نمودار شماره ۱۴ - روند قیمت واقعی سیمان در ۳۴ سال اخیر

همانطوری که نمودار فوق نشان می‌دهد تا سال ۱۳۷۰ قیمت سیمان روند تقریباً ثابتی داشته است پس از آن با آغاز قیمت گذاری سیمان توسط تولید کنندگان نمودار به صورت کوتاه مدت دچار اغتشاش شده و شیب الگو تغییر علامت داده است. اغتشاش ناشی از روند قیمت سیمان طی سالهای فوق به نظر ناشی از قیمت گذاری توسط کارخانجات تولید کننده می‌باشد لذا اثر این متغیر کیفی پیوسته بر روی قیمت به صورت یک سیستم فازی در نظر گرفته شده است. با توجه به آنکه ابهام ناشی از برآورد مدل می‌تواند ناشی از متغیر بودن

۲- منبع: ماهنامه صنعت سیمان، شماره اول، شهریور ۱۳۸۳

۱- سایر پارامترهای مربوط به برآورد مدل در جدول شماره سه ضمیمه آورده شده است.

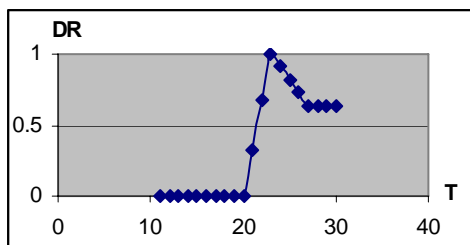
آستانه‌های تاثیر متغیر کیفی و یا نحوه تاثیر این متغیر بر روند متغیر وابسته باشد لذا حالت‌های مختلفی در برآورد مدل امتحان شده که با توجه به روند متغیر وابسته الگو و محدوده تاثیر متغیر کیفی در حالت "نحوه تاثیر به صورت اعداد فازی مثلثی و در محدوده تاثیر پس از سال ۱۳۷۰"، مدل نهائی جهت تخمین به صورت زیر حاصل شده است:

$$P = \alpha + \beta_1 Q + \beta_2 DR + \beta_3 SDR$$

در حالت فوق، تابع عضویت متغیر کیفی پیوسته به صورت زیر قابل تعریف است:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 20 \\ (x-20)/3 & ; 20 \leq x < 23 \\ -0.09x+3.07 & ; 23 \leq x < 27 \\ 0.64 & ; 27 \leq x \end{cases}$$

تابع عضویت فوق با توجه به نحوه تاثیر متغیر کیفی بر روند متغیر وابسته در مدل نهائی، تعریف شده است:



نمودار شماره ۱۵ - شبیه سازی محدوده تاثیر و چگونگی اثر متغیر کیفی بر الگو

با جایگذاری مقادیر DR و برآورد الگو با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی خواهیم داشت^۱:

$$P = 1494/14 - 0.09 Q - 1917/94 DR + 0.17 SDR$$

$$t: (26/37) \quad (-15/05) \quad (-10/21) \quad (13/99)$$

$$R^2 = 0.89 \quad F = 82/21 \quad D.W = 1/98$$

- مقایسه نتایج حاصل از مدل‌های برآورد شده:

جهت مقایسه برآورد مدل در دو حالت فوق مهمترین پارامترهای برآورد شده الگوها در زیر آورده شده‌اند:

جدول شماره (۲) نتایج حاصل از برآورد الگو با متغیر کیفی پیوسته در دو حالت فوق

پارامتر	الگوی کلاسیک	الگوی فازی
R^2	۰/۷۸۸	۰/۸۹۰
F	۳۷/۲۷	۸۲/۲۱
t_1	-۱۰/۱۱	۱۵/۰۵
t_2	-۵/۰۸	-۱۰/۲۱
t_3	۸/۸۲	۱۳/۹۹
t_4	۱۸/۴۳	۲۶/۳۷
D.W	۲/۲۱	۱/۹۹

^۱ - سایر پارامترهای مربوط به برآورد مدل در جدول شماره چهار ضمیمه آورده شده است.

همانطوری که از جدول فوق ملاحظه می‌شود کاربرد سیستم فازی به جای متغیرهای مجازی صفر و یک در این الگو معنی دار بودن پارامترهای الگو و کل الگو را به نحو چشمگیری افزایش داده است. میزان تغییرات آماره‌های F و t الگو حاکی از این امر است. در این مثال آماره دوربین - واتسون نیز بهبود قابل توجهی داشته است. و نظر به اینکه این آماره برای بررسی خطای تصریح نیز بکار می‌رود لذا از بهبود آماره دوربین - واتسن می‌توان دریافت که با تصریح متغیرهای مجازی به صورت فازی عملاً تصریح الگو بهبود می‌یابد. همچنین بکارگیری اعداد فازی به جای متغیر مجازی صفر و یک، قدرت توضیح دهی مدل (R^2) را از $0/788$ به $0/890$ افزایش داده است. همانطوری که ملاحظه می‌شود R^2 بالا تنها ملاک برای انتخاب مدل بهتر نیست بلکه در مدل‌های فازی همزمان با افزایش R^2 آماره‌های t الگو نیز افزایش یافته و همچنین آماره $D.W$ الگوها نیز بهبود یافته است.

دو مثال فوق به صورت نمونه کاربرد متغیرهای کیفی پیوسته در الگوهای اقتصادسنجی را با رویکردی بر سیستم فازی بررسی شده است. در حالت کلی برآورد مدل‌های مختلف با متغیرهای کیفی متفاوت نشان داده است که با توجه به نحوه تاثیر متغیر کیفی بر الگو، در حالت گسسته بهترین الگو مربوط به متغیر مجازی کلاسیک با مقادیر صفر و یک و در حالت پیوسته بودن متغیر کیفی، بهترین الگو، مربوط به الگو با متغیر مجازی فازی است.

جمع بندی و ملاحظات:

با توجه به آنکه کاربرد متغیرهای کیفی در برآورد الگوهای اقتصادسنجی معمولاً بر اساس ریاضیات کلاسیک و مقادیر دو ارزشی استوار است لذا در این مقاله سعی گردید با معرفی مجموعه‌ها، اعداد و توابع فازی کاربرد این متغیرها (در حالت پیوسته) در تخمین الگوها، از مقادیر دو ارزشی به مقادیر چند ارزشی و فازی سوق داده شود. البته همانطوری که ذکر گردید هدف از این مقاله جایگزینی متغیرهای کیفی با مقادیر فازی به جای متغیرهای کیفی کلاسیک با مقادیر صفر و یک نیست. در واقع این مقاله سعی بر آن نمود تا با توجه به نحوه تاثیر متغیر کیفی (به صورت گسسته یا پیوسته)، متغیر مجازی آن به صورت فازی یا کلاسیک دیده شود. نحوه کاربرد متغیرهای مجازی به صورت فازی (چند ارزشی) یا کلاسیک (دو ارزشی) همواره با توجه به نحوه تاثیر متغیر کیفی (گسسته یا پیوسته) بر روی متغیر وابسته الگو قابل تشخیص است. متغیرهای مجازی چند ارزشی (فازی) در مواردی که اثر متغیر کیفی به صورت پیوسته منجر به اغتشاش در الگو در طی یک دوره زمانی خاص شده است، با استفاده از مفاهیم میانگین و میانه فازی قابل استفاده می‌باشد.

در این مقاله کاربرد متغیرهای کیفی پیوسته در تحلیل‌های رگرسیونی به صورت یک سیستم فازی معرفی گردید. این سیستم فازی با توجه به نحوه تاثیر متغیر مجازی بر الگو و همچنین آستانه‌های تاثیر متغیر کیفی ممکن است شامل چندین ورودی باشد که با طراحی یک سیستم پردازشگر فازی (به صورت قوانین "اگر-آنگاه" فازی)، خروجی شامل بهترین الگوی برآوردی خواهد بود.

منابع و ماخذ:

- ۱- آذر، عادل و شعبان اللهی (۱۳۷۷)، "منطق فازی رویکردی نوین به سیستم‌های مدیریت"، مدرس، شماره ۶.
- ۲- زاهدی، مرتضی (۱۳۷۸)، تئوری مجموعه‌های فازی و کاربردهای آن، تهران: نشر کتاب دانشگاهی.
- ۳- دامودار گجراتی (۱۳۷۸)؛ مبانی اقتصاد سنجی، مترجم: حمید ابریشمی، جلد دوم، انتشارات دانشگاه تهران.
- ۴- کاسکو، بارت (۱۳۷۷)، تفکر فازی، ترجمه علی غفاری، تهران: انتشارات خواجه نصیرالدین طوسی.
- ۵- گمرک جمهوری اسلامی ایران، سالنامه آمار بازرگانی خارجی، سالهای مختلف.
- ۶- وانگ، لی (۱۳۷۸)، سیستم‌های فازی و کنترل فازی، ترجمه محمد تشنه لب، نشر خواجه نصیرالدین طوسی.
- 7- Chakraborty, T.K.(1988). "A Single Sampling Attribute Plan of Given Strength based on Fuzzy Goal Programming Problem" *Obsearch*. Vol.25. No.4. pp. 259-271.
- 8- Chakraborty, T.K.(1994). "A Cllas of Single Sampling Inspection Plans Based on Possibility Programming Problem" *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.63.No.1.pp.35-43.
- 9- Cox, Earl (1999). *The Fuzzy System Handbook*. San Diago: Academic Press.
- 10- David, E.A.Giles(2004)."Identifying the Cycle of a MacroEconomic Time-Series Using Fuzzy Filtering", University of Victoria.
- 11 -Taleb, Hassan and Mohahed Limam (2002). "On Fuzzy and Probabilhstic Control Charts" *International Journal of Production Research*, Vol.40. No. 12. pp. 2849-2863.
- 12 –Wang, R-C. And C.H. Chen (1995). "Economic statistical np-control Quality", Vol.12. No.1. pp. 82-92.
- 13 –Yager, Ronald R. and Lotfi A. Zadeh (1992). *An Introduction to Fuzzy*. U.S.A: Kluwer Academic Publishers.
- 14 – Zimmerman, H. J. (1991). *Fuzzy Set Theory*. Boston: Kluwer. 2nd edition.

پیوست شماره یک:

جدول (۱) نتایج حاصل از برآورد مدل مربوط به تاثیر پایان جنگ بر روی سرمایه گذاری واقعی در بخش کشاورزی در حالت کلاسیک

Dependent Variable: I				
Method: Least Squares				
Date: 09/24/06 Time: 05:43				
Sample(adjusted): 1361 1383				
Included observations: 23 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 100 iterations				
Backcast: 1360				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R	0.144398	0.040572	3.559054	0.0022
DR	0.13824	0.024984	5.533235	0
C	2.238659	0.27998	7.99577	0
AR(1)	0.851548	0.175323	4.857028	0.0001
MA(1)	0.989944	0.000113	8795.288	0
R-squared	0.936323	Mean dependent var		2.085306
Adjusted R-squared	0.922173	S.D. dependent var		0.180935
S.E. of regression	0.050476	Akaike info criterion		-2.94496
Sum squared resid	0.045861	Schwarz criterion		-2.69812
Log likelihood	38.86709	F-statistic		66.16942
Durbin-Watson stat	2.247825	Prob(F-statistic)		0
Inverted AR Roots	0.85			
Inverted MA Roots	-0.99			

پیوست شماره دو:

جدول (۲) نتایج حاصل از برآورد مدل مربوط به تاثیر پایان جنگ بر روی سرمایه گذاری واقعی در بخش کشاورزی در حالت فازی

Dependent Variable: I					
Method: Least Squares					
Date: 09/24/06 Time: 05:49					
Sample(adjusted): 1361 1383					
Included observations: 23 after adjusting endpoints					
Convergence achieved after 100 iterations					
Backcast: 1360					
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	
R	0.148304	0.040058	3.702211	0.0016	
DR	0.380477	0.069108	5.50557	0	
C	2.095962	0.254091	8.248874	0	
AR(1)	0.851041	0.193094	4.407387	0.0003	
MA(1)	0.989904	0.000106	9317.844	0	
R-squared	0.936938	Mean dependent var		2.085306	
Adjusted R-squared	0.922924	S.D. dependent var		0.180935	
S.E. of regression	0.050232	Akaike info criterion		-2.95467	
Sum squared resid	0.045419	Schwarz criterion		-2.70782	
Log likelihood	38.97869	F-statistic		66.85858	
Durbin-Watson stat	2.059573	Prob(F-statistic)		0	
Inverted AR Roots	0.85				
Inverted MA Roots	-0.99				

پیوست شماره سه:

جدول (۳) نتایج حاصل از برآورد مدل مربوط به نقش تولیدکنندگان در قیمت گذاری سیمان در حالت کلاسیک

Dependent Variable: P				
Method: Least Squares				
Date: 09/24/06 Time: 06:20				
Sample: 1350 1383				
Included observations: 34				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Q	-0.08026	0.007934	-10.11619	0
DR	-894.072	175.8899	-5.083135	0
SDR	0.092949	0.010538	8.820138	0
C	1444.768	78.39647	18.429	0
R-squared	0.788486	Mean dependent var		756.6176
Adjusted R-squared	0.767335	S.D. dependent var		282.5988
S.E. of regression	136.3125	Akaike info criterion		12.77791
Sum squared resid	557432.9	Schwarz criterion		12.95748
Log likelihood	-213.224	F-statistic		37.2783
Durbin-Watson stat	2.218194	Prob(F-statistic)		0

پیوست شماره چهار:

جدول (۴) نتایج حاصل از برآورد مدل مربوط به نقش تولید کنندگان در قیمت گذاری سیمان در حالت فازی

Dependent Variable: P				
Method: Least Squares				
Date: 09/24/06 Time: 06:56				
Sample: 1350 1383				
Included observations: 34				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Q	-0.08743	0.00581	-15.04753	0
DR	-1917.94	187.9409	-10.20502	0
SDR	0.172354	0.012314	13.99704	0
C	1494.138	56.66584	26.36752	0
R-squared	0.891556	Mean dependent var		756.6176
Adjusted R-squared	0.880712	S.D. dependent var		282.5988
S.E. of regression	97.60432	Akaike info criterion		12.10985
Sum squared resid	285798.1	Schwarz criterion		12.28942
Log likelihood	-201.868	F-statistic		82.21362
Durbin-Watson stat	1.981127	Prob(F-statistic)		0